Tema 5:
Contrastes paramétricos

5.4.1: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx \text{Exp.}(\theta)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 1$ y la alternativa $H_1: \theta = 2$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 1, siendo γ_1 el test que rechaza H_0 si el valor observado es no superior a 0'105, y γ_2 el test que rechaza H_0 si el valor observado pertenece a $(0'053;0'347) \cup (0'399;1'498)$. En cada caso, calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II. ¿Qué test elegiríamos?

5.4.2: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx N(\theta;10)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 3$ y la alternativa $H_1: \theta = 6$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 100, y se elige el test cuya región crítica está formada por las muestras en que la media muestral toma un valor no inferior a 4. Calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II.

5.4.3: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx N(\theta;8)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 9$ y la alternativa $H_1: \theta = 6$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 16, y se elige el test cuya región crítica está formada por las muestras en que la media muestral toma un valor no superior a 7. Calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II.

5.4.4: Sobre la proporción θ de pardillos en la Facultad se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'9$ y la alternativa $H_1: \theta = 0'6$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 10, rechazándose la hipótesis nula si observan menos de 8 pardillos. Calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II.

5.4.5: Sobre el parámetro de una población $X \approx G(\theta)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'5$ y la alternativa $H_1: \theta = 0'2$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 20, rechazándose la hipótesis nula si la media muestral es superior a 3. Calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II.

5.4.6: El aleatorio número de hij@s de un tipo de familias tiene distribución $B(2;\theta)$, y sobre el parámetro θ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'2$ y la alternativa $H_1: \theta = 0'4$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 12, rechazándose la hipótesis nula si se observan al menos 7 hij@s. Calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II.

5.4.7: La duración de un fenómeno es exponencial de media θ, y se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 2$ y la alternativa $H_1: \theta = 5$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 2, rechazándose la hipótesis nula si la media muestral es superior a 3. Calcúlese la probabilidad de error tipo I y la probabilidad de error tipo II.

5.4.8: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx N(\theta;4)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 7$ y la alternativa $H_1: \theta = 8$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 9, y se elige el test cuya región crítica está formada por las muestras en que la media muestral toma un valor no inferior a "k". Determínese "k" de modo que la probabilidad de error tipo I sea 0'01.

5.4.9: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx N(\theta;4)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 7$ y la alternativa $H_1: \theta = 6$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 9, y se elige el test cuya región crítica está formada por las muestras en que la media muestral toma un valor no superior a "k". Determínense "k" de modo que la probabilidad de error tipo II sea 0'1.

5.4.10: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx N(\theta;4)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 5$ y la alternativa $H_1: \theta = 3$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño "n", y se elige el test cuya región crítica forman las muestras en que la media muestral toma un valor no superior a "k". Determínense "k" y "n" de modo que la probabilidad de error tipo I sea 0'05 y la de error tipo II sea 0'1.

5.4.11: La hipótesis nula establece que un dado de seis caras está equilibrado, y la hipótesis alternativa establece que las caras 5 y 6 están cargadas, de modo que la probabilidad de cada una de ellas es 0'3, siendo 0'1 la probabilidad de cada una de las restantes caras. Para contrastar estas hipótesis se lanza el dado una vez y se rechaza la hipótesis nula si se obtiene un 5 o un 6. Determínese la probabilidad de error tipo I y la de error tipo II.

5.4.12: Si la media muestral toma el valor 23 en una muestra de tamaño de 9 de una población $X \approx N(\theta;4)$, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 21$ frente a la alternativa $H_1: \theta = 25$ de modo que la probabilidad de error tipo I sea 0'01.

5.4.13: La media muestral toma el valor 47 en una muestra de tamaño de 81 de una población $X \approx N(\theta;18)$. Contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 50$ frente a la alternativa $H_1: \theta < 50$ de modo que la probabilidad de error tipo I sea 0'15.

5.4.14: La media muestral toma el valor 82 en una muestra de tamaño de 16 de una población $X \approx N(\theta;6)$. Contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 75$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 75$ de modo que la probabilidad de error tipo I sea 0'1.

5.4.15: La aleatoria duración de las bombillas tipo "A" tiene varianza 6400, y la aleatoria duración de las bombillas tipo "B" tiene varianza 8836. Se prueban 5000 bombillas de cada tipo, observándose vida media de 1282 horas para el tipo "A" y 1279 horas para el "B". Con probabilidad 0'05 de error tipo I, ¿puede aceptarse que los dos tipos son de la misma calidad?

5.4.16: La media muestral toma el valor 2 en una muestra de tamaño de 15 de una población $X \approx Exp.(\theta)$. Contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 3$ frente a la alternativa $H_1: \theta = 0'5$ de modo que la probabilidad de error tipo II sea 0'05.

5.4.17: La media muestral toma el valor 1'8 en una muestra tamaño de 3 de una población de Poisson de parámetro θ. Contraste la hipótesis nula $H_0: \theta = 2$ frente a la alternativa $H_1: \theta = 1$ de modo que la probabilidad de error tipo I sea 0'3.

5.6.1: Sobre el parámetro θ de una población de Poisson se establece la hipótesis nula $H_0: \theta \geq 2$ y la alternativa $H_1: \theta < 2$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 4 y se elige el test que rechaza H_0 si la suma total no es superior a 1. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test. Determínese la probabilidad de error tipo I si $\theta = 3$ y si $\theta = 4$. Determínese la probabilidad de error tipo II si $\theta = 0'5$ y si $\theta = 1$.

5.6.2: Sobre el parámetro θ de una población $X \approx \text{Exp.}(\theta)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta \leq 1$ y la alternativa $H_1: \theta > 1$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño dos, siendo γ_1 y γ_2 los test cuyas respectivas regiones críticas son:

$$C_1 = \{(x_1; x_2) / x_1 \leq 1/2, x_2 \leq 1/2\}$$

$$C_2 = \left\{(x_1; x_2) / x_1 \leq \text{Ln}\,(e/(2.\sqrt{e} - 1))\right\}$$

En cada caso, determínense función de potencia y el nivel de significación. Indíquese qué test es mejor. Para cada test, calcúlese la probabilidad de error tipo I si $\theta = 0'8$ y la probabilidad de error tipo II si $\theta = 2$.

5.6.3: Sobre el parámetro θ de una población de Bernouilli se establece la hipótesis nula $H_0: \theta \geq 0'8$ y la alternativa $H_1: \theta < 0'8$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 2 y se acepta la hipótesis nula si la suma total es 2. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test. Determínese la probabilidad de error tipo I si $\theta = 0'9$. Determínese la probabilidad de error tipo II si $\theta = 0'5$.

5.6.4: Sobre el parámetro θ de una población geométrica se establece la hipótesis nula $H_0: \theta \geq 0'6$ y la alternativa $H_1: \theta < 0'6$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 2 y se elige el test que rechaza H_0 si la suma total no es inferior a 2. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.5: Siendo $X \approx BN(3;\theta)$, la hipótesis nula $H_0: \theta \leq 0'6$ y la alternativa $H_1: \theta > 0'6$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 2 y se elige el test que rechaza H_0 si la suma total es inferior a 2. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.6: Sea "X" una población con densidad $f(x) = \theta.x^{\theta-1}$, $0 < x < 1, \theta > 0$. Establecidas las hipótesis $H_0: \theta \geq 2$ y $H_1: \theta < 2$, para contrastarlas se toma muestra de tamaño 1 y se elige el test que rechaza H_0 si el valor observado es menor que 0'3. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.7: Sea "X" una población con densidad $f(x) = \dfrac{2.(\theta + x)}{3 + 2.\theta}$, $1 \leq x \leq 2, \theta \geq 0$. Establecidas las hipótesis $H_0: \theta \leq 5$ y $H_1: \theta > 5$, para contrastarlas se toma muestra de tamaño 1 y se rechaza H_0 si el valor observado es mayor que 1'9. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.8: Siendo $X \approx N(\theta;20)$, se establece la hipótesis nula $H_0: \theta \le 3$ y la alternativa $H_1: \theta > 3$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 100 y se rechaza H_0 si la media muestral no es inferior a 4. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.9: Siendo $X \approx N(\theta;20)$, se establecen las hipótesis $H_0: \theta = 0$ y $H_1: \theta \ne 0$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 100 y se rechaza H_0 si el valor absoluto de la media muestral es superior a 0'5. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.10: Sea "X" una población con densidad $f(x) = \theta.x^{\theta-1}$, $0 < x < 1, \theta > 0$. Establecidas las hipótesis $H_0: \theta = 2$ y $H_1: \theta < 2$, para contrastarlas se toma muestra de tamaño 2 y se rechaza H_0 si la media muestral es menor que 0'3. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.11: Sea "X" una población con densidad $f(x) = e^{-(x-\theta)}$, $0 < \theta \le x$. Establecidas las hipótesis $H_0: \theta \le 4$ y $H_1: \theta > 4$, para contrastarlas se toma muestra de tamaño 3 y se rechaza H_0 si el mínimo muestral es mayor que 5. Determínense la función de potencia y el nivel de significación del test.

5.6.12: Sobre el parámetro de una población $X \approx B(\theta)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'2$ y la alternativa $H_1: \theta = 0'3$. Para contrastarlas se toma muestra de tamaño 400 y se acepta H_0 si proporción de éxitos es menor que 0'25. Determínense el nivel de significación del test y su potencia.

5.6.13: Sea "X" una población con densidad $f(x) = (1+\theta).x^{\theta}$; $0 \le x \le 1, \theta > 0$. Establecidas la hipótesis nula $H_0: \theta = 1$ y la alternativa $H_1: \theta = 3$, para contrastarlas se toma muestra de tamaño dos, siendo γ_1, γ_2 y γ_3 los test cuyas respectivas regiones críticas son:

$$C_1 = \{(x_1;x_2) \,/\, 0 \le x_1 \le 0'1,\ 0 \le x_2 \le 0'1\}$$
$$C_2 = \{(x_1;x_2) \,/\, 0'9 < x_1 \le 1,\ 0'9 < x_2 \le 1\}$$
$$C_3 = \{(x_1;x_2) \,/\, 0'7 < x_1 \le 0'8,\ 0'6 < x_2 \le 0'7\}$$

Determínense el nivel de significación y la potencia de cada test. ¿Cuál es mejor?

5.8.1: Siendo $X \approx N(\theta;\sigma)$ de varianza conocida, sobre θ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α.

5.8.2: Siendo "X" una población con distribución de Poisson de parámetro θ, se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Siendo $\alpha = 0'05$, particularícese al caso $\theta_0 = 25$ y $\theta_1 = 27$ si la media muestral toma el valor 26 en una muestra de tamaño 400. Siendo $\alpha = 0'05$, particularícese al caso $\theta_0 = 1'5$ y $\theta_1 = 2$ si la media muestral toma el valor 1'7 en una muestra de tamaño 10.

5.8.3: Siendo $X \approx N(\mu;\sigma)$ un población de media conocida, se establece la hipótesis nula $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ y la alternativa $H_1: \sigma^2 = \sigma_1^2$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Aplíquese al caso $X \approx N(5;\sigma)$, con $H_0: \sigma^2 = 1$ y $H_1: \sigma^2 = 4$ si la muestra seleccionada es la $(4;5;6;7)$ y $\alpha = 0'05$.

5.8.4: Siendo θ proporción de estudiantes que se chupan el dedo, se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 0'5$ y $H_1: \theta = 0'7$ si $\alpha = 0'05$ y en una muestra de 100 estudiantes hay 65 que se chupan el dedo. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 0'5$ y $H_1: \theta = 0'7$ si $\alpha = 0'0625$ y en una muestra de 10 estudiantes hay 6 que se chupan el dedo.

5.8.5: Siendo θ el parámetro de una población geométrica, se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 0'2$ y $H_1: \theta = 0'6$ si $\alpha = 0'05$ y en una muestra de tamaño 100 se observan 350 fracasos. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 0'8$ y $H_1: \theta = 0'4$ si $\alpha = 0'01696$ y en una muestra de tamaño 3 se observan 6 fracasos.

5.8.6: Siendo θ el parámetro de una población exponencial, se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 1$ y $H_1: \theta = 4$ si $\alpha = 0'05$ y la media muestral toma el valor 2'3 en una muestra de tamaño 81. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 0'5$ y $H_1: \theta = 0'2$ si $\alpha = 0'1$ y la media muestral toma el valor 2'3 en una muestra de tamaño 6.

5.8.7: Siendo θ la media de una población exponencial, se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 2$ y $H_1: \theta = 4$ si $\alpha = 0'05$ y la media muestral toma el valor 4'3 en una muestra de tamaño 81. Aplíquese al caso $H_0: \theta = 5$ y $H_1: \theta = 3$ si $\alpha = 0'3$ y en una muestra de tamaño 1 se observa el valor 3'21.

5.8.8: Siendo conocido "r", sobre el parámetro θ de una población $X \approx G(r;\theta)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Tomada muestra de tamaño "n", determínese la mejor región crítica para contrastarlas con nivel de significación α. Si $r = 4$, aplíquese al caso $H_0: \theta = 2$ y $H_1: \theta = 5$ si $\alpha = 0'05$ y la media muestral toma el valor 3'7 en una muestra de tamaño 100. Si $r = 2$, aplíquese al caso $H_0: \theta = 0'5$ y $H_1: \theta = 0'1$ si $\alpha = 0'01$ y la media muestral toma el valor 8'26 en una muestra de tamaño 7.

5.8.9: Sobre el parámetro θ de una población exponencial se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = \theta_0$ y la alternativa $H_1: \theta = \theta_1$. Determínense los valores de θ_0 y θ_1 si, con muestra de tamaño 1, el test más potente con nivel de significación 0'15 y probabilidad 0'6 de error tipo II rechaza la hipótesis nula cuando el valor observado es no superior a 0'054.

5.8.10: Sea "X" con densidad $f(x) = \dfrac{2.(\theta - x)}{2.\theta - 1}$, $0 \le x \le 1$. Mediante muestra de tamaño 1 y con nivel de significación 0'05, determínese el test más potente para contrastar la hipótesis nula $H_0: \theta = 1$ frente a la alternativa $H_1: \theta = 2$.

5.8.11: La hipótesis nula H_0 postula que la densidad de la población "X" es $f(x) = 2.(1+x)/3$, $0 \le x \le 1$, y alternativa H_1 postula $g(x) = (1+2.x)/2$, $0 \le x \le 1$. Mediante muestra de tamaño 1 y con nivel de significación 0'1, determínese el test más potente para contrastarlas. Determínese la probabilidad de error tipo II.

5.8.12: Sea "X" una población con densidad $f(x) = \dfrac{1}{\theta}.(1-x)^{(1-\theta)/\theta}$, $0 \le x \le 1$. Mediante muestra de tamaño 1 y con nivel de significación 0'05, determínese el test más potente para contrastar $H_0: \theta = 3$ frente a $H_1: \theta = 2$.

5.8.13: Sea "X" una población con densidad $f(x) = \theta.x^{\theta-1}$, $0 \le x \le 1$. Mediante muestra de tamaño 2 y con nivel de significación 0'05, determínese el test más potente para contrastar $H_0: \theta = 2$ frente a $H_1: \theta = 3$.

5.8.14: De una población $X \approx N(\theta;1)$ se toma muestra de tamaño 1 para contrastar la hipótesis $H_0: \theta = b$ frente a $H_1: \theta = 3.b$ con nivel de significación 0'05. Determínese "b" si la probabilidad de error tipo II es 0'1.

5.9.1: Sobre la media de $X \approx N(\theta;2)$ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 1$ y la alternativa $H_1: \theta > 1$. Supuesto muestra de tamaño "n", determínese, si existe, el test uniformemente más potente (UMP) de tamaño α para contrastar dichas hipótesis. Determínese la función de potencia del test si $n = 100$ y $\alpha = 0'05$. Si existe, determínese el test UMP si $H_1: \theta < 1$. Si existe, determínese el test UMP si $H_1: \theta \ne 1$.

5.9.2: Sobre el parámetro de una población exponencial de media θ se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 2$ y la alternativa $H_0: \theta > 2$. Supuesto muestra de tamaño 1, determínese, si existe, el test uniformemente más potente de tamaño 0'05 para contrastar dichas hipótesis. Determínese la función de potencia del test. Analícese si el test es insesgado.

5.9.3: Sobre la proporción θ de estudiantes que apenas saben sumar con los dedos se establece la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'5$ y la alternativa $H_1: \theta < 0'5$. Supuesto muestra de tamaño 3, determínese, si existe, el test uniformemente más potente (UMP) de tamaño 0'125 para contrastar dichas hipótesis. Determínese la función de potencia del test. Analícese si el test es insesgado. Si existe, determínese el test UMP si $H_1: \theta > 0'5$. Si existe, determínese el test UMP si $H_1: \theta \ne 0'5$.

5.9.4: Sea "X" con densidad $f(x)=\theta.x^{\theta-1}$, $0\le x\le 1, \theta>0$. Con nivel de significación 0'1, contrástese $H_0:\theta=2$ frente a $H_1:\theta>2$ si en una muestra de tamaño 1 se ha observado el valor 0'7. Determínese la función de potencia del test, analizando si es insesgado. Analícese la existencia de un test UMP si $H_1:\theta\ne 2$.

5.9.5: Demuéstrese que $W=2.X^k/\theta\approx\chi_2^2$, si la densidad de "X" es

$$f(x)=\frac{k}{\theta}.x^{k-1}.e^{-x^k/\theta},\ x>0,\ k>0,\ \theta>0$$

Determínese un estimador de θ que sea suficiente, insesgado, eficiente y consistente en media cuadrática. Determínese el estimador de θ por el método de la máxima verosimilitud. Determínese el estimador de θ por el método de los momentos. Determínese el test uniformemente más potente de tamaño α para contrastar $H_0:\theta=\theta_0$ frente a $H_1:\theta>\theta_0$. Particularícese para una muestra de tamaño 6 si $\alpha=0'05$ y $\theta_0=100$, calculando la potencia del test si $\theta=400$. Determínese un intervalo aleatorio de confianza 0'9 para θ.

5.9.6: Sea "X" una población con densidad $f(x)=\dfrac{2.(\theta+x)}{2.\theta+3}$, $1\le x\le 2,\ \theta\ge 0$.

Mediante muestra de tamaño 1 y con nivel de significación 0'1, contrástese la hipótesis nula $H_0:\theta=0$ frente a la alternativa $H_1:\theta>0$. 2) Determínese la función de potencia y estúdiese si el test es insesgado.

5.10.1: Si se toma m.a.s tamaño "n" de $X\approx\text{Exp.}(\theta)$, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0:\theta\ge\theta_0$ frente a $H_1:\theta<\theta_0$. Siendo $n=100$ y $\alpha=0'05$, contrástese $H_0:\theta\ge 2$ frente a $H_1:\theta<2$ si la suma total es 42.

5.10.2: Para muestra tamaño "n" de $X\approx\text{Exp.}(1/\theta)$, determine el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0:\theta\ge\theta_0$ frente a $H_1:\theta<\theta_0$. Si $n=100$ y $\alpha=0'05$ contrástese $H_0:\theta\ge 2$ frente a $H_1:\theta<2$ si la suma total es 165.

5.10.3: Para muestra tamaño "n" de una población $X\approx N(\theta;\sigma)$ cuya varianza se conoce, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0:\theta\le\theta_0$ frente a $H_1:\theta>\theta_0$. Si $n=64$, $\sigma=3$ y $\alpha=0'05$, contrástese $H_0:\theta\le 5$ frente a $H_1:\theta>5$ si la suma total es 422.

5.10.4: Para muestra tamaño "n" de una población $X\approx N(\theta;\sigma)$ cuya varianza se conoce, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0:\theta\ge\theta_0$ frente a $H_1:\theta<\theta_0$. Si $n=64$, $\sigma=3$ y $\alpha=0'05$, contrástese $H_0:\theta\ge 5$ frente a $H_1:\theta<5$ si la suma total es 310.

5.10.5: Para muestra de tamaño "n" de una población de Poisson de parámetro θ, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0:\theta\ge\theta_0$ frente a $H_1:\theta<\theta_0$. Si $n=100$ y $\alpha=0'05$, contrástese $H_0:\theta\ge 2$ frente a $H_1:\theta<2$ si la suma total es 186.

5.10.6: Para muestra de tamaño "n" de una población de Bernouilli de parámetro θ, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0: \theta \leq \theta_0$ frente a $H_1: \theta > \theta_0$. Si $n = 80$ y $\alpha = 0'05$, contrástese $H_0: \theta \leq 0'2$ frente a $H_1: \theta > 0'2$ si la suma total es 17.

5.10.7: Para muestra de tamaño "n" de una población geométrica de parámetro θ, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0: \theta \geq \theta_0$ frente a $H_1: \theta < \theta_0$. Si $n = 80$ y $\alpha = 0'05$, contrástese $H_0: \theta \geq 0'2$ frente a $H_1: \theta < 0'2$ si la suma total es 390.

5.10.8: Para muestra de tamaño "n" de una población $X \approx N(\mu; \sqrt{\theta})$ cuya media se conoce, determínese el test UMP de tamaño α para contrastar $H_0: \theta \leq \theta_0$ frente a $H_1: \theta > \theta_0$. Si $\mu = 7$ y $\alpha = 0'05$, contrástese $H_0: \theta \leq 2$ frente a $H_1: \theta > 2$ si se ha seleccionado la muestra $(4, 7, 9)$.

5.11.1: Sea θ la media de una población exponencial. Con nivel de significación 0'1, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 4$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 4$ si la media muestral toma el valor 3'2 en una muestra de tamaño 190.

5.11.2: Sea "X" una población de Poisson de media θ. Con nivel de significación 0'05, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 4$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 4$ si la media muestral toma el valor 4'1 en una muestra de tamaño 100.

5.11.3: Con nivel de significación 0'05, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'8$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 0'8$ si en una muestra de tamaño 100 de una población $X \approx B(\theta)$ se observan 81 éxitos.

5.11.4: Al tomar muestra de tamaño 100 de una población $X \approx G(\theta)$ se observan 350 fracasos. Con nivel de significación 0'1, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'2$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 0'2$.

5.11.5: La media muestral toma el valor 6 al tomar muestra de tamaño 100 de una población $X \approx Exp.(\theta)$. Con nivel de significación 0'1, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 0'2$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 0'2$.

5.11.6: La media muestral toma el valor 0'8 al tomar muestra de tamaño 100 de una población $X \approx G(2; \theta)$. Con nivel de significación 0'1, contrástese la hipótesis nula $H_0: \theta = 3$ frente a la alternativa $H_1: \theta \neq 3$.

5.11.7: Sea una población $X \approx N(\mu; \sigma)$ de varianza conocida. Contrástese la hipótesis nula $H_0: \mu = a$ frente a la alternativa $H_1: \mu \neq a$ con nivel de significación α. Particularícese al caso $X \approx N(\mu; 1)$ para $a = 3$ y $\alpha = 0'05$ si en una muestra de tamaño 81 la media muestral es 3'4.

5.11.8: Sea una población $X \approx N(\mu; \sigma)$ de varianza desconocida. Contrástese la hipótesis nula $H_0: \mu = a$ frente a la alternativa $H_1: \mu \neq a$ con nivel de significación α. Particularícese al caso $a = 3$ y $\alpha = 0'1$ si en una muestra de tamaño 5 la media muestral es 3'4 y la varianza muestral 1'2.

5.11.9: Siendo $X \approx N(\mu_1;\sigma_1)$ y $Z \approx N(\mu_2;\sigma_2)$ de varianzas conocidas, contrástese la hipótesis nula $H_0:\mu_1-\mu_2=0$ frente a la alternativa $H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$ con nivel de significación α.

5.11.10: Siendo $X \approx N(\mu_1;\sigma)$ y $Z \approx N(\mu_2;\sigma)$ de varianza desconocida, contrástese la hipótesis nula $H_0:\mu_1-\mu_2=0$ frente a la alternativa $H_1:\mu_1-\mu_2\neq 0$ con nivel de significación α.

5.11.11: El número de muertos durante el ataque de un helicóptero Apache a un campo de refugiados palestinos tiene distribución de Poisson de parámetro μ_1, y si el ataque lo hace un caza F-18, el número de muertos tiene distribución de Poisson de parámetro μ_2. Si 100 ataques de Apache produjeron 600 muertos y 125 ataques de F-18 dejaron 775 cadáveres, contrástese la hipótesis nula $H_0:\mu_1=\mu_2$ frente a la alternativa $H_1:\mu_1\neq\mu_2$. Nivel de significación 0'1.

5.11.12: Con nivel de significación 0'1, contrástese la igualdad entre la proporción de hombres y mujeres que fuman si en muestras respectivas de tamaños 100 y 150 se observaron 40 y 50 fumadores.

5.12.1: Una máquina se ajusta de modo que la longitud de las piezas que fabrica tenga distribución $N(4;0'5)$, y en una muestra de tamaño 16 la media muestral es 4'2. Con nivel de significación 0'2, ¿puede aceptarse que la máquina funciona correctamente? ¿Y con nivel de significación 0'05?

5.12.2: Una máquina se ajusta de modo que el peso "X" de las piezas que fabrica tenga distribución normal de media 4. Si en una muestra de tamaño 16 la media muestral es 4'2 y la varianza muestral es 2, contrástese si la máquina funciona correctamente, con nivel de significación 0'2.

5.12.3: De una población $N(8;\sigma)$ se toma la muestra 12, 11, 7, 9, 5, 10, 8, 9, 7. Con nivel de significación 0'1, ¿puede aceptarse que la varianza es 4?

5.12.4: De una población normal se toma la muestra 12, 11, 7, 9, 5, 10, 8, 9, 7. Con nivel de significación 0'1, ¿puede aceptarse que la varianza es 4?

5.12.5: La media muestral toma el valor 11'3 al tomar una muestra de tamaño 90 de una población $N(\mu_1;\sqrt{5})$, y toma el valor 8'8 al tomar una muestra de tamaño 80 de una población $N(\mu_2;\sqrt{6})$. ¿Puede aceptarse que $\mu_1-\mu_2=4$ con nivel de significación 0'2? ¿Y con nivel de significación 0'01?

5.12.6: La demanda diaria de botes de "Coca" en una ciudad es normal con varianza 1225, y la demanda de botes de "Pepsi" es normal con varianza 625. Durante 16 días, la demanda de "Coca" fue de 10700 botes, mientras que en 9 días se demandaron 6300 botes de "Pepsi". ¿Puede aceptarse la igualdad de las medias poblacionales con nivel de significación 0'05?

5.12.7: La demanda diaria de botes de "Coca" en una ciudad es normal, lo mismo que la demanda de botes de "Pepsi", teniendo ambas demandas igual variabilidad. Durante 16 días, la demanda de "Coca" fue de 10700 botes, con varianza muestral 800; y en 9 días se demandaron 6300 botes de "Pepsi", con varianza muestral 600. ¿Puede aceptarse la igualdad de las medias poblacionales con nivel de significación 0'1?

5.12.8: En un curso hay dos grupos "A" y "B" de una misma asignatura. La distribución de las notas en "A" es $N(6;\sigma_1)$, y en "B" es $N(5;\sigma_2)$. Al observar una muestra de cada grupo se obtuvieron los siguientes resultados:

Grupo "A": 7, 6, 6, 4, 5, 5, 3, 2
Grupo "B": 6, 5, 4, 8, 3, 4, 3

Con nivel de significación 0'1, ¿puede aceptarse que la variabilidad de las notas es la misma en ambos grupos?

5.12.9: En un curso hay dos grupos "A" y "B" de una misma asignatura, siendo normal la distribución de las notas en los dos grupos. Al observar una muestra de cada grupo se obtuvieron los siguientes resultados:

Grupo "A": 7, 6, 6, 4, 5, 5, 3, 2
Grupo "B": 6, 5, 4, 8, 3, 4, 3

Con nivel de significación 0'1, ¿puede aceptarse que la variabilidad de las notas es la misma en ambos grupos?

5.12.10: Por experiencia de muchos años, se sabe que la puntuación en un examen de aptitud para sexador de pollos tiene distribución $N(30;6)$. Al año siguiente se decide variar el tipo de examen. Supuesto que la puntuación obtenida con el nuevo examen es normal y que corregidos 26 exámenes elegidos de modo aleatorio, la puntuación media es 32, con desviación típica 3'8, ¿puede afirmarse, con nivel de significación 0'05, que las puntuaciones de los dos exámenes tienen la misma media? ¿Y la misma varianza?.