Tema 4:

VARIABLES DISCRETAS FAMOSAS

VARIABLE BINOMIAL

4.4.1: De una urna con 8 bolas blancas y 2 bolas rojas se extraen al azar 3 bolas con reposición.

1) Calcúlese la probabilidad de que 2 de las bolas extraídas sean blancas.
2) Calcúlese la probabilidad de que, como máximo, una sea blanca.
3) Calcúlese la probabilidad de que al menos dos sean blancas.
4) Calcúlese el beneficio esperado y la varianza del beneficio si cada bola blanca tiene un premio de 10 $ y cada bola roja una penalización de 20 $.

4.4.2: Un agente de seguros vende pólizas a 5 individuos, todos de la misma edad. Si la probabilidad de que un individuo con esa edad viva 30 años más es $0'6$, calcúlese la probabilidad de que dentro de 30 años vivan los 5, vivan al menos 3, vivan 2, viva al menos 1, vivan no más de tres, vivan no más de 4.

4.4.3: Sea "E" un experimento aleatorio y "A" un suceso asociado a él. Considere que $P(A) = 0'7$ y que el experimento se repite 5 veces.

1) Determínese la distribución de probabilidad de la variable "X" que expresa el aleatorio número de veces que ocurre "A", calculando la probabilidad de "A" ocurra 3 veces.
2) Calcúlense $P(2 < X \leq 4)$, $P(X \leq 1)$, $P(X \geq 4 / X > 2)$ y $P(X \geq 2 / X \leq 4)$.

4.4.4: La longitud de un tipo de pieza se distribuye con función de densidad

$$f(x) = k.(x-1).(3-x) \ ; \ x \in [1;3]$$

Una pieza es válida si su longitud está comprendida entre 1'7 y 2'4.

1) Calcúlese la probabilidad de que una pieza sea válida.
2) Si las piezas se empaquetan en lotes de 5 y un lote se acepta si contiene menos de 2 piezas defectuosas, calcúlese la probabilidad de que se acepte un lote.

4.4.5: Considérese un experimento dicotómico cuya probabilidad de éxito es 0'8. ¿Cuál es el número mínimo de veces que debe reptirse el experimento para que la probabilidad de obtener al menos un éxito sea superior a 0'99?

4.4.6: Un juego de feria consiste en lanzar un dado equilibrado que en sus caras tiene dos ases y cuatro reyes. El dado se lanza cuatro veces, y se gana la muñeca Chichona si se obtienen al menos tres reyes.

1) Calcúlese la probabilidad de ganar la muñeca.
2) Si juegan tres personas con las mismas reglas, una después de otra, calcúlese la probabilidad de que ganen dos de ellas, la probabilidad de que ganen al menos dos de ellas y la probabilidad de que gane al menos una.

4.4.7: La probabilidad de que un individuo tenga nivel de renta bajo es $0'5$, la probabilidad de que tenga nivel de renta medio es $0'3$ y la probabilidad de que tenga nivel de renta alto es $0'2$. Si se seleccionan al azar 5 individuos, calcular:

1) Probabilidad de que los cinco tengan nivel de renta bajo.
2) Probabilidad de que al menos cuatro no tengan nivel de renta bajo.
3) Probabilidad de que a lo sumo tres no tengan nivel de renta alto.
4) Probabilidad de que tres tengan nivel de renta medio.
5) Probabilidad de que no más de tres tengan nivel de renta medio.

4.4.8: Se siembran cuatro variedades (A, B, C y D) de una planta, encontrándose las semillas en las siguientes proporciones: el 96 % de la variedad A, el 1 % de la B y el 1 % de la D. El poder de germinación (porcentaje de semillas que germinan sobre el total sembrado) es del 50 % en la variedad A, el 15 % en la B, una de cada 5 en la C y el 5 % en la D. Determínese la probabilidad de que germine una semilla elegida al azar. Si se han sembrado 2500 semillas, determínese la moda del número de semillas que no germinan.

4.4.9: Aunque se sabe que no es baja, la proporción "p" de pardillos en UNA Facultad no la conoce ni Aramís Fuster. Si se toma como valor aproximado de "p" la proporción de pardillos en una muestra de "n" estudiantes seleccionados al azar, determínese el valor mínimo de "n" para poder asegurar que el error cometido al estimar "p" es menor que $0'1$ con probabilidad 0'99.

4.4.10: La función de densidad de la variable "X" que expresa la aleatoria duración (en años) de un componente eléctrico es

$$f(x)=\begin{cases} 2.x & \text{si } 0\le x\le 0'5 \\ 1 & \text{si } 0'5< x\le 1 \\ 3-2.x & \text{si } 1\le x\le 1'5 \end{cases}$$

Si sólo son válidos los componentes cuya duración es superior a medio año, calcúlese la mediana y la varianza de "X". Calcúlese la probabilidad de que un componente sea válido. Si los componentes se empaquetan en lotes de 5 unidades y se acepta el lote si contiene menos de dos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de rechazar un lote?

4.4.11: Sean "U" y "V" variables independientes con distribución $B(4;\theta)$. Si $T=\sqrt{U+V}$ y $Z=5.U+4.V$, determínese la distribución de probabilidad de la variable $Z/T=\sqrt{3}$, su valor esperado y su varianza.

4.4.12: Un artículo puede ser defectuoso con probabilidad 0'2. El 60 % de los artículos se inspeccionan en el departamento de producción y el resto en el departamento de control de calidad. En el primero hay tres inspectores que, de forma independiente entre sí, detectan defectos en artículos no defectuosos con probabilidades 0'15, 0'17 y 0'2 respectivamente, y detectan defectos en artículos defectuosos con probabilidades respectivas 0'75, 0'85 y 0'975. Si para rechazar un artículo en el departamento de producción el defecto debe ser detectado por los tres inspectores, calcúlese la probabilidad de rechazar un artículo en ese departamento. Si en el departamente de calidad un artículo se rechaza con probabilidad 0'45, calcúlese la probabilidad de que un artículo rechazado haya sido inspeccionado en ese departamento. Cada una de las máquinas empleadas consta de 18 componentes. La probabilidad de que un componente falle durante un día es 0'05, con independencia de los demás componentes. Al final del día se detiene la máquina para ser inspeccionada por un técnico que repara todos los componentes defectuosos. Si el técnico necesita 4 horas para reparar un componente, calcúlese la probabilidad de que como máximo 16 horas después de la parada la máquina esté lista para funcionar.

4.4.13: Los diamantes producidos en una mina se clasifican en cuatro calidades A, B, C y D, y por experiencia se sabe que las respectivas proporciones producidas de cada tipo son 0'2, 0'3, 0'4 y 0'1. Si se seleccionan al azar 30 diamantes y las variables "X", "Z", "T" y "U" expresan respectivamente el número de ellos son de calidad A, B, C y D, determínese la distribución de probabilidad de las variables (X;Z) y (X;T;U).

VARIABLE DE POISSON

4.5.1: El número medio de coches que llegan a una gasolinera cada hora es 240. Si la gasolinera puede atender a un máximo de 10 coches/minuto, calcúlese la probabilidad de que en un minuto dado lleguen más coches de los que pueden atender.

4.5.2: El número diario de llamadas al servicio de averías de una empresa tiene distribución de Poisson de parámetro 4, y el número de llamadas al departamento de ventas de la empresa tiene distribución de Poisson de parámetro 6. Calcúlese la probabilidad de que un día se reciban al menos 8 llamadas en total..

4.5.3: Considerando que el año tiene 365 días, calcúlese la probabilidad de que como máximo 2 personas entre 500 cumplan años el día 17 de julio.

4.5.4: Una aseguradora de coches tiene 370 clientes en un determinado año, 120 de los cuales tienen menos de 30 años. El número anual de accidentes de un conductor con menos de 30 años tiene distribución de Poisson de media 0'3, y para los individuos de 30 años o más tiene distribución de Poisson de media 0'02. Calcúlese el número esperado de accidentes que se declararán ese año en la aseguradora. Si elegimos un cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya tenido un sólo accidente a lo largo del año?. Si un individuo ha tenido más de un accidente durante el año, ¿cuál es la probabilidad de que tenga 30 años o más?

4.5.5: La variable "X" que expresa el número de llamadas telefónicas que recibe una empresa diariamente tiene distribución de Poisson de parámetro λ. Si, con independencia de las demás, la probabilidad de que una llamada proceda del extranjero es "p", determínese la distribución de probabilidad de la variable "Y" que expresa el número de llamadas que proceden del extranjero.

4.5.6: Siendo "X" y "Z" variables independientes con distribuciones de Poisson de parámetros respectivos λ y θ, determínese la distribución de probabilidad de la variable $X / X + Z = n$.

4.5.7: Si $X \approx P(\theta)$, determínese $V(X)$ sabiendo que $P(X = 0) = 0'5$. Siendo $X \approx B(n; p)$ con "n" fijo, ¿qué valor de "p" maximiza la varianza de "X"?.

4.5.8: Si $X \approx P(\lambda)$ y la variable $Z / X = x$ tiene distribución $B(x; \theta)$, determínese la distribución de probabilidad de "Z".

4.5.9: El dueño de un restaurante con 10 mesas sabe que de las personas que reservan mesa por teléfono sólo la mitad acude finalmente.

1) Si un día hay 17 reservas, determínese la probabilidad de que haya mesa para todas las personas que realmente acudan. ¿Qué número máximo de reservas deben admitirse para asegurar lo anterior con una confianza mínima del 90 %? En este apartado, considere que sólo se admiten clientes con reserva.
2) La hoja de reservas de hoy se ha perdido, y sólo se recuerda que que se hicieron 3; por ello se decide dar mesa a cualquier cliente que se presente. Sin embargo, se presentan 11 clientes y, en consecuencia, uno es rechazado, lo que se hace aleatoriamente. Si el cliente rechazado insiste en que él hizo su reserva, determínese la probabilidad de que esto sea cierto si se sabe que entre los presentados están efectivamente los tres con reserva.
3) El beneficio por cada una de las personas que ocupa una mesa es 1000 si la mesa la ocupa una única persona, 800 si la ocupan dos y 500 si la ocupan tres o más. Si el aleatorio número de comensales por mesa es $1 + X$, siendo "X" una variable de Poisson de parámetro 1'4, determínese el beneficio esperado por mesa.

4.5.10: Siendo $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variables de Poisson independientes, demuéstrese que la variable $X_1 / X_1 + X_2 + \ldots + X_n = k$ es binomial.

4.5.11: Álvaro y Mario son vendedores de gafas de hielo. Con independencia uno de otro, el número de gafas que cada uno vende al día tiene distribución de Poisson de parámetro θ. Si el beneficio obtenido por cada venta es de 5 \$ para Álvaro y 4 \$ para Mario, determínese el beneficio total esperado un día que venden 3 gafas en total.

4.5.12: Determine $E(1/(X + 1))$, siendo X una variable de Poisson.

VARIABLE GEOMÉTRICA

4.6.1: Un compañía aérea tiene aviones de dos motores y de cuatro motores. Para todos los aviones, la probabilidad de fallo en un motor es 0'1, con independencia de los restantes motores. Un vuelo sólo puede finalizar bien si al menos la mitad de los motores de avión funcionan correctamente. ¿Cuál es la probabilidad de que un vuelo finalice bien si se realiza con un bimotor?, ¿y si realiza con un cuatrimotor? Si en una determinada ruta se usan los bimotores el doble que los cuatrimotores, ¿qué proporción de vuelos de esa ruta finaliza bien? ¿Cuál es la probabilidad de que el primer vuelo que no finalice bien sea después del décimo?

4.6.2: Sean "X" y "Z" variables independientes con distribución geométrica de parámetros "a" y "b" respectivamente. Calcúlese:

$$1)\ P(X = Z)\ ;\ 2)\ P(X + Z = n)\ ;\ 3)\ P(X = m\ /\ X + Z = n)$$

4.6.3: En un proceso de control de calidad de un cierto tipo de piezas se procede a la rotura sucesiva de piezas para comprobar su resistencia. La probabilidad de que una pieza sea defectuosa es 0'1 y cada pieza cuesta 50 $. Si el proceso de control se detiene cuando se encuentra la primera pieza defectuosa. Determínese la función de probabilidad de la variable "X" que expresa el aleatorio número de piezas que se rompen durante el proceso. Determínese la función de probabilidad de la variable "Z" que expresa el aleatorio número de piezas no defectuosas que se rompen durante el proceso. Determínese la probabilidad de que el coste del proceso sea superior a 200 $.

4.6.4: Una empresa emplea cada día una de las dos pruebas siguientes para controlar la calidad de su producción: con el test "A" se examinan "n" piezas seleccionadas aleatoriamente, detectándose anomalía si se encuentran dos o más piezas defectuosas; y con el test "B" se examinan consecutivamente piezas elegidas al azar, detectándose anomalía (y deteniendo el test) si la primera pieza defectuosa encontrada tiene lugar en el examen de la k-ésima pieza o antes.

1) Si $n = k = 10$ y el porcentaje de piezas defectuosas un determinado día es bajo e igual al 1 %, calcúlese la probabilidad de que cada uno de los test funcione como sería deseable y no señale anomalía en la producción.
2) Para qué valores de "n" y "k" se conseguiría que el respectivo test detectara anomalía con al menos un 60 % de probabilidad en el caso de que el porcentaje de piezas defectuosas sea alto e igual al 10 %.
3) La eficacia de un test se mide con la probabilidad de que tome la decisión adecuada en cada ocasión (detectar anomalía cuando el porcentaje de piezas defectuosas sea alto, y no detectarlas en caso contrario). Razónese si uno de los dos test es siempre más eficaz que el otro si se toma $n = k$.

Durante un período de tiempo la empresa decide aleatoriamente aplicar un test u otro cada día. La probabilidad de aplicar el test "A" un día es $0'8$, mientras que la de aplicar el test "B" es $0'2$. Siempre se aplican con los valores $n = k = 10$.

Para un día en que el porcentaje de defectuosas es del 1 %, se pide:

4) Calcular la probabilidad de que no se detecte anomalía.
5) Si se detecta anomalía, calcúlese la probabilidad de haber usado el test "B".
6) Calcúlese el número medio de piezas que se examinan cada día.

4.6.5: La probabilidad de producir una pieza defectuosa es "p". Para comprobar la calidad de un lote de piezas producidas, la sección de control de calidad examina como máximo 4 piezas. Si se observa entre éstas una pieza defectuosa, el lote se considera defectuoso. El control finaliza en el momento en que se encuentra una pieza defectuosa o si, después de examinar las 4 piezas, ninguna es defectuosa. En este último caso, el control se detiene y el lote se considera apto. Determínese la distribución de probabilidad del número de piezas examinadas en el proceso de control.

VARIABLE BINOMIAL NEGATIVA

4.7.1: Un grupo de 10 amigos pretende entrar en un estadio con entradas falsas. Las entradas están bien falsificadas, y a simple vista no se distinguen de las verdaderas. Sin embargo, si el portero las revisa, descubrirá seguro el engaño, impidiendo la entrada. El portero revisa el 20 % de las entradas, salvo cuando descubre en un mismo día 3 o más entradas falsas: a partir de la tercera falsa empieza a revisarlas todas. Si los 10 amigos deciden entrar uno detrás de otro y son los primeros de la cola cuando se abren las puertas del estadio, determínese la probabilidad de que sólo entren 6.
El comité directivo del estadio sabe que el 10 % de las entradas son falsas. Si coloca un control magnético, este actúa rechazando como falsas las que realmente lo son con una probabilidad 0'85, y aceptando las verdaderas en el 90 % de los casos. Si una entrada pasa por el control dos veces, y éste la da por válida las dos veces, determínese la probabilidad de que sea falsa.

4.7.2: Una empresa lleva a cabo diariamente un control de calidad en dos fases. En la primera se realiza una inspección hasta encontrar en tercer artículo defectuoso. La segunda fase se detiene cuando aparece el primer artículo defectuoso. La probabilidad de que un artículo sea defectuoso es 0'1. Calcúlese la probabilidad de inspeccionar 10 artículos en la primera fase, y la probabilidad de tener que inspeccionar al menos 6 artículos durante el proceso.

4.7.3: Siendo "X" e "Y" variables independientes con distribución geométrica de parámetro "p", determínese la distribución de la variable $X / X + Y = n$.

4.7.4: Tres inspectores, actuando cada uno a su aire, se encargan semanalmente del control de calidad de un tipo tuerca que es defectuosa con probabilidad 0'3. Dos de los inspectores terminan su tarea al encontrar la cuarta tuerca defectuosa, y el otro inspector finalizaal encontrar la sexta defectuosa. Si cada tuerca cuesta 2 $ y queda inservible tras su inspección, determínese la distribución de probabilidad del aleatorio coste del control de calidad y el coste esperado.

4.7.5: El sistema de producción de un objeto es tal que, aunque siempre es corregido y revisado al empezar la jornada de trabajo, puede ser que a lo largo del día tenga que ser revisado y corregido otra vez, con la consiguiente parada en su funcionamiento. Debido a la revisión al principio del día, puede considerar que lo que pasa en una jornada es independiente de lo que pasa las restantes. Indique qué modelo de distribución sería adecuada para las siguientes variables:

1) La variable que expresa si a lo largo de un día el sistema se detiene o no.
2) La variable que expresa el número de días en que, a lo largo de una semana (de lunes a viernes), se detendrá el sistema.
3) La variable que expresa el número de semanas, a lo largo de las 52 que componen un año), en que no habrá que detener el sistema (suponga que todas las semanas se trabaja de lunes a viernes).
4) La variable que expresa el número total de días que transcurrirán hasta el día en que el sistema se detiene por primera vez.
5) La variable que expresa el número total de días que transcurrirán hasta que sean diez las jornadas en las que haya habido que detener el sistema para una revisión (cuente todos los días, tanto los diez en que hay detención como aquellos en los que no).
6) En el contexto descrito en 5), y suponiendo que hoy es el sexto día en que ha habido que detener el sistema, la variable que expresa el número de días que restan hasta que se produzca la décima detención.

4.7.6: La función de densidad de probabilidad de la variable "W" que expresa el peso (en kilos) de un tipo de piezas es $f(w) = 0'1.e^{-0'1.w}$, $w > 0$.

1) Si se seleccionan 30 piezas, determínese la función de probabilidad de la variable X_1 que expresa el número de ellas con peso no superior a 10 kilos.
2) Si se seleccionan 20 piezas, determínese la función de probabilidad de la variable X_2 que expresa el número de ellas con peso superior a 11 kilos.
3) Si se inspeccionan piezas hasta encontrar la primera con peso superior a 12 kilos, determínese la función de probabilidad de la variable X_3 que expresa el número de piezas inspeccionadas.
4) Si se inspeccionan piezas hasta encontrar la primera con peso no superior a 7 kilos, determínese la función de probabilidad de la variable X_4 que expresa el número de piezas inspeccionadas.
5) Si se inspeccionan piezas hasta encontrar la cuarta con peso no superior a 8 kilos, determínese la función de probabilidad de la variable X_5 que expresa el número de piezas inspeccionadas.
6) Si se inspeccionan piezas hasta encontrar la quinta con peso superior a 13 kilos, determínese la función de probabilidad de la variable X_6 que expresa el número de piezas inspeccionadas.

4.7.7: Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables independientes, todas con distribución geométrica de parámetro θ. Siendo "T" la suma de $X_1, \ldots, X_n$, demuéstrese que la distribución de probabilidad de $(X_1; \ldots; X_n) / T = t$ no depende de θ.

4.7.8: Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables independientes con distribución $BN(k;\theta)$, siendo conocido "k" y no θ. Si $T = X_1 + \ldots + X_n$, demuéstrese que la distribución de probabilidad de $(X_1; \ldots; X_n) / T = t$ no depende de θ.

4.7.9: Siendo $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias independientes con la misma distribución de probabilidad, sea "Z" su media aritmética. Determínese la distribución de probabilidad de "Z" en los siguientes casos:

1) $X_i \approx B(\theta)$
2) $X_i \approx B(k;\theta)$
3) $X_i \approx P(\theta)$
4) $X_i \approx G(\theta)$
5) $X_i \approx BN(k;\theta)$

VARIABLE HIPERGEOMÉTRICA

4.8.1: En una población de 100 individuos, el 8 % tiene la presión arterial elevada. Si se seleccionan 7 individuos, determínese la probabilidad de que no más de uno tenga la presión arterial elevada .

4.8.2: Un bote contiene 20 rotuladores, pero sólo escriben 12. Si seleccionamos 10 rotuladores, ¿cuál es la probabilidad de que 7 de ellos escriban? Si los rotuladores se seleccionan uno tras otro y el que no escribe va a la papelera, ¿cuál es la probabilidad de que cuando se encuentre el primero que escribe se hayan tirado 3 a la papelera? ¿Cuántos rotuladores nuevos (que escriben) habrá que añadir a la configuración inicial del bote para que el primero que se elija escriba en el 75 % de los casos? Por experiencia, se sabe que en una caja con 100 rotuladores hay una media de 15 rotuladores que no escriben, con desviación típica 4. Determínese una cota inferior para la probabilidad de que el número de rotuladores que no escriben esté entre 10 y 20.

4.8.3: Un opositor duda entre dos modos de preparar los 100 temas del examen, que consta de 5 preguntas de temas distintos, y para aprobar hay que contestarlas todas correctamente. El primer modo consiste en estudiar sólo 80 temas, de modo que las preguntas de estos temas serán contestadas correctamente, pero el opositor suspenderá si alguna pregunta hace referencia a los 20 temas no estudiados. El segundo modo consiste es estudiar con menor profundidad cada uno de los 100 temas; en tal caso, la probabilidad de contestar correctamente cada pregunta es 0'8. ¿Qué probabilidad tiene de aprobar en cada caso?

4.8.4: Para controlar la calidad de un artículo fabricado por una máquina se inspecciona diariamente el 5 % de la producción. Un día, la máquina sufre una avería que produce "k" artículos defectuosos entre los 1000 fabricados ese día. Calcule la probabilidad de no obtener más de un artículo defectuoso en la inspección de ese día. Si habitualmente la proporción de defectuosos que produce la máquina es 0'01 y los artículos se embalan en lotes de 100, calcule el número medio de artículos defectuosos por lote. Si se inspeccionan artículos hasta encontrar el quinto defectuoso, ¿cuál es el número medio de artículos inspeccionados?

4.8.5: Sea una población de "N" individuos, divididos en dos categorías "A" y "B". Si se seleccionan 10 individuos, determínese la distribución del número de individuos del tipo "A" que hay entre los seleccionados, tanto si la selección se hace con reposición como si no hay reposición.

4.8.6: El Corte Francés recibe tres remesas de juguetes de tres proveedores distintos. La primera remesa consta de 1000 muñecos, siendo 0'008 la probabilidad de que un muñeco sea defectuoso. La segunda remesa está formada por 500 bicicletas, y se sabe que entre ellas hay 10 defectuosas. La tercera remesa está formada por 20 ordenadores procedentes de un fabricante que de cada cuatro ordenadores que monta uno es defectuoso. El Corte Francés realiza el siguiente control de calidad: la primera remesa se acepta si la probabilidad de que haya tres defectuosos en ella es inferior a 0'1; el criterio para la tercera remesa es el mismo, y la segunda remesa se acepta si, elegidas al azar 3 bicicletas, la probabilidad de que dos sean defectuosas es inferior a 0'15. ¿Qué remesas se aceptarán? Si se elige al azar uno de los artículos recibidos y es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la primera remesa? Si el fabricante de ordenadores inspecciona su producción, calcúlese el número medio de ordenadores sin defecto que inspecciona hasta que encuentra el segundo defectuoso.

4.8.7: De una baraja española (40 cartas) se extraen tres cartas. Determínese la función de probabilidad de la variable "X" que expresa el alea-torio número de oros seleccionados, y la función de probabilidad de la variable "Z" que expresa el aleatorio número de figuras seleccionadas.

4.8.8: En una empresa hay una probabilidad de $1/3$ de que las piezas fabricadas sean de calidad superior. Determine la probabilidad de que entre 20 piezas elegidas al azar, al menos la mitad sea de calidad superior. Si en un lote de 10 piezas hay 6 de calidad superior, determínese la probabilidad de que escogidas 3 piezas al azar de este lote, haya al menos una que no sea de calidad superior.

4.8.9: En una patera viajan 15 mujeres, 40 hombres y 3 niños. Si se seleccionan 20 pasajeros al azar, determínese la función de probabilidad de la variable "X" que expresa el número de mujeres seleccionadas, y la función de probabilidad de la variable "Z" que expresa el número de hombres seleccionados.

4.8.10: Un lote de 92 diamantes lo forman 6 de calidad A, 60 de calidad B, 11 de calidad C y 15 de calidad D. Si se seleccionan al azar 35 diamantes y las variables "X", "Z", "T" y "U" expresan respectivamente el número de ellos son de calidad A, B, C y D, determínese la distribución de probabilidad de las variables (X;Z), (T;U) y (X;Z;U).