

TEST DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES

01) Sea la distribución bidimensional

X / Y	1	2
3	4	12
4	1	3

- a) La media de "X" es 3'5
- b) Las variables "X" e "Y" son independientes
- c) La varianza de $X / Y = 2$ es distinta de la varianza de "X"

02) Sea la distribución bidimensional

X / Y	Negro	Rubio
Hombre	2	4
Mujer	3	6

- a) El sexo y el color del pelo son independientes
- b) El color de pelo más frecuente es el negro
- c) La media del color del pelo es el color negro

03) Sea la distribución bidimensional del color del pelo "X" y la edad "Y" de una familia:

Pelo / Años	10 – 20	20 – 40	40 – 80
Rubio	2	0	3
Moreno	1	4	1
Castaño	2	1	2

- a) La edad más frecuente es 20 años
- b) El 25 % de las personas rubias tiene menos de 40 años
- c) La media del color del pelo es el color negro

04) Sea $(X; Y)$ una variable estadística bidimensional, siendo incorreladas "X" e "Y". Sean $U = 2 \cdot X - 3$ y $V = (2 \cdot Y - 1) / 5$.

- a) "U" y "V" son independientes ; b) "U" y "V" son incorreladas
- c) $S_{UV} = -16'5$

05) Sea la distribución bidimensional

X / Y	0	1
-1	1	0
0	0	1
1	1	0

- a) $S_{XY} = 0$ y "X" e "Y" son independientes
- b) $S_{XY} = 0$ y "X" e "Y" son dependientes
- c) $S_{XY} \neq 0$ y "X" e "Y" son dependientes

06) Sea

X / Y	10	20	30	40
0	1	2	0	1
1	4	5	6	1
2	2	0	3	4
3	1	3	2	5

- a) La media de "Y" es 25'26
- b) La media de "X" condicionada a $Y < 30$ es 25/18
- c) La media de "X" condicionada a $Y \leq 30$ es 30/29

07) Las variables "X" e "Y" son independiente si y sólo si son iguales:

- a) Sus distribuciones de frecuencias relativas condicionadas
- b) Sus distribuciones de frecuencias absolutas condicionadas
- c) Sus distribuciones marginales

08) Sea la distribución bidimensional del número "X" de hijos y la edad "Y" del cabeza de familia en un conjunto de 25 familias:

X / Y	20 - 27	27 - 33	33 - 40
0	5	2	1
1	2	4	4
2	0	3	4

- a) Las variables son independientes
- b) Cuando el cabeza de familia no tiene más de 33 años, lo más frecuente es que no tengan ningún hijo
- c) La edad mediana del cabeza de familia con al menos 1 hijo es 25

09) Sea la distribución bidimensional del número "X" de hijos y la renta mensual "Y" de un conjunto de 100 familias:

X / Y	100 - 200	200 - 300	300 - 400
0	4	18	28
1	6	10	14
2	10	6	4

- a) El sentido de la variación conjunta es positivo
- b) El sentido de la variación conjunta es negativo
- c) "X" e "Y" son independientes

10) Si "X" e "Y" son variables independientes, la varianza de $3.X + 2.Y$ es

- a) 13, si $S_X^2 = 1$ y $S_Y = 4$
- b) 25, si $S_X^2 = 1$ y $S_Y^2 = 4$
- c) 0, pues la covarianza es nula

- 11) Sea la distribución bidimensional del número "X" de hijos y la renta mensual "Y" de un conjunto de 100 familias:

X / Y	100 – 200	200 – 250	250 – 350
0	4	18	28
1	6	10	14
2	10	6	4

- a) La renta media de las familias con dos hijos es 225
b) La renta más frecuente de las familias con un hijo es 250
c) En familias con renta superior a 250, lo más frecuente es tener hijos
- 12) Sea $(X; Y)$ una variable estadística bidimensional.
- a) Si la covarianza es 0, las variables son independientes.
b) Si las variables son independientes, la distribución de frecuencias de $Y / X = x$ coincide con la distribución de frecuencias de "Y".
c) Si las variables son independientes, las distribuciones de frecuencias marginales de "X" e "Y" coinciden.
- 13) Señale la afirmación falsa para la variable bidimensional $(X; Y)$:
- a) El momento de orden 1,1 respecto a las medias es la covarianza.
b) Si las variables incorreladas, son independientes.
c) Las variables son independientes si y sólo si las frecuencias relativas conjuntas son el producto de las frecuencias marginales relativas.
- 14) Señale la afirmación falsa para la variable bidimensional $(X; Y)$:
- a) El momento de orden 1,1 respecto al origen coincide con \bar{x} .
b) El momento de orden 2,0 respecto a las medias coincide con $S_{\bar{X}}^2$.
c) El momento de orden 1,0 respecto a las medias coincide con \bar{x} .

SOLUCIÓN

01) La correcta es b), pues siendo

X / Y	1	2	$n_{i\bullet}$
3	4	12	16
4	1	3	4
$n_{\bullet j}$	5	15	20

es $n_{ij} = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{20}$

02) La correcta es a), pues $n_{ij} = \frac{n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j}}{15}$

X / Y	Negro	Rubio	$n_{i\bullet}$
Hombre	2	4	6
Mujer	3	6	9
$n_{\bullet j}$	5	10	15

El color de pelo más frecuente es el rubio.

La c) es una estupidez, pues las variables no son cuantitativas

03) El intervalo modal de "X" es 10 – 20, pues es el de mayor densidad de frecuencia $d_i = n_i / (L_i - L_{i-1})$.

Años	10 – 20	20 – 40	40 – 80
n_i	5	5	6
d_i	0'5	0'25	0'15

$$Mo = L_{i-1} + \frac{d_{i+1}}{d_{i-1} + d_{i+1}} \cdot (L_i - L_{i-1}) = 10 + \frac{0'25}{0 + 0'25} \cdot (20 - 10) = 20$$

04) Si $U = \frac{X - A_1}{B_1}$ y $V = \frac{Y - A_2}{B_2}$, es $S_{UV} = \frac{S_{XY}}{B_1 \cdot B_2} = 0$

si "X" e "Y" son incorreladas

05) No son independientes (pues $n_{ij} \neq (n_{i\bullet} \cdot n_{\bullet j})/3$) y $S_{XY} = 0$:

X / Y	0	1	$n_{i\bullet}$
-1	1	0	1
0	0	1	1
1	1	0	1
$n_{\bullet j}$	2	1	3

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 0 \\ a_{11} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow S_{XY} = a_{11} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 0$$

06)

X / Y	10	20	30	40
0	1	2	0	1
1	4	5	6	1
2	2	0	3	4
3	1	3	2	5

 \Rightarrow

X / Y < 30	frecuencia
0	3
1	9
2	2
3	4

 \Rightarrow

$$\Rightarrow \bar{X} / Y < 30 = \frac{0.3 + 1.9 + 2.2 + 3.4}{3 + 9 + 2 + 4} = \frac{25}{18}$$

07) La correcta es a): "X" e "Y" son independientes si y sólo si la distribución de frecuencias relativas de $Y / X = x$ es la misma sea cuál sea "x" y la distribución de frecuencias relativas de $X / Y = y$ es la misma sea cuál sea "y"

08) La correcta es b):

X / Y	20 - 27	27 - 33	33 - 40
0	5	2	1
1	2	4	4
2	0	3	4

 \Rightarrow

X / Y \leq 33	frec. abs.
0	7
1	6
2	3

09) La correcta es b), pues $S_{XY} < 0$

$$S_{XY} = a_{11} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 171 - 276 \cdot 0'7 = -22'2 < 0$$

X / Y	100 - 200	200 - 300	300 - 400	$n_{i \bullet}$
0	4	18	28	50
1	6	10	14	30
2	10	6	4	20
$n_{\bullet j}$	20	34	46	100

$$\bar{x} = \frac{0.50 + 1.30 + 2.20}{100} = 0'7$$

$$\bar{y} = \frac{150.20 + 250.34 + 350.46}{100} = 276$$

$$a_{11} = \frac{1.150.6 + 1.250.10 + \dots + 2.250.6 + 2.350.4}{100} = 171$$

10) Si $Z = a.X + b.Y$, es $S_Z^2 = a^2.S_X^2 + b^2.S_Y^2 + 2.a.b.S_{XY}$. En nuestro caso es $a = 3$ y $b = 2$, siendo $S_{XY} = 0$, debido a la independencia de "X" e "Y". Así, la correcta es b).

11) La correcta es a).

Y / X = 2	100 - 200	200 - 250	250 - 350
Frec. abs.	10	6	4

$$\Rightarrow \text{Media} = \frac{150 \cdot 10 + 225 \cdot 6 + 300 \cdot 4}{10 + 6 + 2} = 225$$

Y / X = 1	100 - 200	200 - 250	250 - 350
Frec. abs.	6	10	14
densidad	0'06	0'2	0'14

$$\Rightarrow \text{Mo} = L_{i-1} + \frac{d_{i+1}}{d_{i-1} + d_{i+1}} \cdot (L_i - L_{i-1}) =$$
$$= 200 + \frac{0'14}{0'06 + 0'14} \cdot (250 - 200) = 235$$

X / Y > 250	0	1	2
Frec. abs.	28	14	4

$$\Rightarrow \text{Moda} = 0$$

12) La correcta es b).

13) La falsa es b).

14) La correcta es b).