TEST
REGRESIÓN LINEAL

01) En una distribución bidimensional, las rectas de regresión mínimo cuadrática pueden ser:

a) $y = 2.x + 3,\ y = 3.x + 6$
b) $y = 2.x - 3,\ y = -3.x + 6$
c) $y = -2.x - 3,\ y = 3.x + 6$

02) Dos variables "X" e "Y" tienen fuerte dependencia lineal. Si $\bar{x} = 5$, $\bar{y} = 4.\bar{x}$ y $S_X^2 = 8.S_{XY}$. ¿Qué valor cabe esperar para "Y" si X = 1?

a) -8 ; b) 19'5 ; c) -12

03) De una distribución bidimensional (X;Y) se sabe que $S_Y^2 = 850$ y $R^2 = 0'9$.

a) La varianza residual de la regresión de Y sobre X es 85
b) La varianza residual de la regresión de X sobre Y es 105
c) Con los datos disponibles no puede calcularse ninguna varianza residual

04) Sea $y^* = 1'088.x + 4'736$ la recta de regresión de "Y" sobre "X". La varianza de la variable dependiente es 36; la media y varianza de la variable independiente son 3 y 25 respectivamente.

a) La recta de regresión X / Y es $x^* = 3'04.y + 0'755$
b) La recta de regresión X / Y es $x^* = 0'755.y - 3'04$
c) La recta de regresión X / Y es $x^* = -3'04.y + 0'755$

05) Las rectas de regresión de (X;Y) son $x^* = 1 - 0'9.y$ e $y^* = 5 - 0'4.x$:

a) $R^2 = 0'36$ y $r = 0'6$
b) $R^2 = -0'36$ y $r = -0'6$
c) $R^2 = 0'36$ y $r = -0'6$

06) Las rectas de regresión de (X;Y) son $2.x + y = 4,\ 3.x + 2.y = 5$

a) La primera es la recta de regresión Y / X
b) El coeficiente de determinación es 3/4
c) El coeficiente de correlación lineal es $\sqrt{3}/2$

07) Si $Y^* = a.X + b$, la elasticidad de "Y" respecto a "X" es:

a) a ; b) $\dfrac{a}{a.X + b}$; c) $\dfrac{a.X}{a.X + b}$

08) Sea $y^* = 1'088.x + 4'736$ la recta de regresión de "Y" sobre "X". La varianza de la variable dependiente es 36, y la de la variable independiente es 25.

a) La recta de regresión X / Y es $x^* = -3'04.y + 0'755$
b) El coeficiente de determinación es 0'822
c) El coeficiente de correlación lineal es $-0'906$

09) Indique la afirmación cierta en un modelo de regresión lineal:

a) $S_e^2 = S_Y^2 - k.S_{XY}$, siendo "k" la pendiente de la recta de regresión Y / X
b) Si la correlación lineal es positiva, la pendiente de la recta de regresión Y / X es mayor que la pendiente de la recta de regresión X / Y
c) $S_Y^2 = S_{XY}/S_X^2$

10) Señale la afirmación verdadera:

a) El coeficiente de correlación lineal está comprendido entre 0 y 1
b) Si las variables son independientes, el coeficiente de correlación lineal es 0
c) Si el coeficiente de correlación lineal es 0, las variables son independientes

11) Sean "X" e "Y" variables independientes.

a) Las rectas de regresión coinciden y son paralelas al eje de abcisas
b) Las rectas de regresión son perpendiculares y paralelas a los ejes
c) Las rectas de regresión tienen pendiente positiva

12) Si $R^2 = 1$, es falso que:

a) $r = \pm 1$
b) Las rectas de regresión Y / X y X / Y coinciden
c) $S_e^2 = 1$

13) En la regresión Y/X es $S_Y^2 = 20$ y $R^2 = 0'9$:

a) La varianza residual es el 90 % de la varianza total
b) La varianza residual es 10
c) La varianza explicada por la regresión es 18

14) El coeficiente de correlación lineal de una variable consigo misma:

a) Es -1
b) Es 1
c) No puede calcularse

15) En una distribución bidimensional es $S_{XY} = 4'5$, $S_Y^2 = 8$ y el coeficiente de regresión Y/X es 1.

a) Si $\overline{x} = 2$ e $\overline{y} = 5$, la recta de regresión X / Y es $y = 2.x + 1$.
b) El coeficiente de correlación es 0'5
c) Si $\overline{x} = 2$ e $\overline{y} = 5$, la recta de regresión Y / X es $x + y = 3$

16) Si la suma de los cuadrados de los residuos de la regresión Y/X es cero:

a) $S_{Y*}^2 = S_Y^2$
b) La covarianza es 0
c) Las variables "X" e "Y" son independientes

17) Si las rectas de regresión son $2.x + 3.y = 2$ y $x + 2.y = 1$, entonces:

a) $\overline{x} = \overline{y}$; b) $r = \sqrt{3}/2$; c) $R^2 = 3/4$

18) Al analizar la recta de regresión Y/X observamos que el coeficiente de determinación es 0'9.

a) El incremento de "Y" ante un incremento unitario de "X" es 0'9
b) La relación entre "X" e "Y" es directa
c) El 90 % de la varianza de "Y" está explicado por la relación lineal entre "Y" y "X"

19) La recta de regresión Y/X correspondiente a una muestra de 10 observaciones de (X;Y) es $y^* = -x + 25$, siendo $\bar{y} = 20$ y $S_{XY} = -15$.

$$a) \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 150 \ ; \ b) \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 40 \ ; \ c) \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 400$$

20) Si las variables estadísticas "X" e "Y" son incorreladas:

a) "X" e "Y" son estadísticamente independientes
b) La recta de regresión X / Y es paralela al eje de abcisas
c) La varianza residual de la regresión Y / X coincide con S_Y^2

21) Sea $y^* = 2.x + 1$ la recta de regresión de "Y" sobre "X", siendo 0'9 el coeficiente de determinación y 3 la media de "Y". La recta de regresión X/Y es:

a) $x^* = -(9.y + 7)/20$; b) $x^* = (9.y - 7)/20$; c) $x^* = (7.y - 9)/20$

22) Sea $y^* = x + 3$ la recta de regresión Y/X de una distribución bidimensional. Sean $U = 2.X + 1$ y $V = 3.Y - 2$:

a) $r_{UV} = r_{XY}$; b) $r_{UV} > r_{XY}$; c) $r_{UV} < r_{XY}$

23) De un conjunto de datos (X;Y) se sabe que la media aritmética de "X" es 2 y la de "Y" es 4. ¿Cuáles son las rectas de regresión?

a) $y^* = -2.x + 4, \ x^* = -0'4.y + 1'8$
b) $y^* = 2.x, \ x^* = 3.y - 10$; c) $y^* = 2.x, \ x^* = 3.y - 5$

24) Sean las rectas de regresión $3.x + y^* = 5$ y $x^* + 0'27.y = 1'54$.

a) $r = 0'9$; b) $r = -0'9$; c) $r = 0'81$

25) La recta de regresión $y^* = -1'4.x + 170$ explica la cantidad de pan que se vende en función de su precio. Si $\bar{x} = 100$, $S_X^2 = 2$ y $S_Y^2 = 1$, ¿cuál diría que ha sido el precio si la cantidad vendida es 25?

26) La representatividad de la recta de regresión Y/X es tanto mayor cuanto:

a) Mayor es S_e^2 ; b) Mayor es $S_{Y^*}^2$; c) Menor es R^2

27) Señale la opción que no puede suceder en regresión lineal:

a) $R^2 > 0$ y $r = -0'9$; b) $R^2 > 0$ y $S_{XY} = -15$; c) $r > 0$ y $S_{XY} = -15$

28) Si $S_X.S_Y = 2.S_{XY}$, el modelo teórico $y^* = a.x + b$ indica que el porcentaje de variabilidad de "Y" que se explica por la variabilidad de "X" es:

a) 25 % ; b) 50 % ; c) 75 %

29) Si $x^* = 7 - 4.y$ es la regresión X/Y, ¿cuál podría ser la regresión Y/X?:

$$a)\ y^* = -\frac{2}{9}.x + \frac{37}{9}\ ;\ b)\ y^* = -\frac{2}{7}.x + \frac{37}{9}\ ;\ c)\ y^* = \frac{2}{7}.x - \frac{37}{9}$$

30) Se hacen 100 observaciones de (X;Y). Si "X" es una variable tipificada y $\sum_i \sum_j x_i.y_j.n_{ij} = 650,\ \sum_j y_j.n_{\bullet j} = 400$, la recta de regresión Y/X es:

$$a)\ y^* - 6'5.x = 4\ ;\ b)\ y^* + 6'5.x = 4\ ;\ c)\ y^* - 6'5.x = 0$$

31) En un modelo $Y = a.X + b$ la pendiente es negativa.

a) La media de "X" coincide con la de "Y"
b) La recta estimada pasa por el origen de coordenadas
c) La correlación entre "X" e "Y" es negativa

32) Si $x^* = 3 - 1'5.y$ es la regresión X/Y, ¿cuál podría ser la regresión Y/X?:

$$a)\ y^* = -0'5.x - 2\ ;\ b)\ y^* = 0'5.x - 2\ ;\ c)\ y^* = -1'1.x - 2$$

33) En una regresión lineal se ha obtenido $y^* = 2.x + 8$, con $R^2 = -1'2$.

a) El modelo explica el 20 % de la variabilidad de "Y"
b) La covarianza es positiva ; c) El resultado es absurdo

34) Siendo $S_X^2 = 12'5$ y $S_Y^2 = 20$, se sabe que "X" e "Y" varían en sentido contrario y que la regresión lineal Y/X explica el 90 % de la variabilidad de "Y".

$$a)\ S_{XY} = 15\ ;\ b)\ S_{XY} = -15\ ;\ c)\ S_{XY} = -225$$

35) Siendo $S_X^2 = 31'36$, $S_Y^2 = 5'29$ y $S_{XY} = 3'5$, si $U = 3.X$ y $V = -Y$, es:

$$a)\ r_{UV} = -0'2717\ ;\ b)\ r_{UV} = 0'2717\ ;\ c)\ r_{UV} = 0'8152$$

36) En un modelo de regresión lineal es $R^2 = 0'8$.

a) La varianza residual es el 20 % de la varianza de la variable dependiente
b) El modolo no explica el 80 % de la variabilidad de la variable dependiente
c) La varianza explicada es el 80 % de la varianza residual

37) Se ha estimado que la demanda del bien "A" es $Q_A^* = -1'8.P_A + 5'25$. Si las cantidades demandadas y los precios de los bienes "A" y "B" son tales que $Q_B = 3.Q_A - 1$ y $P_B = 0'9.P_A$. ¿Cuál es la demanda de "B"?:

$$a)\ Q_B^* = -6.P_B + 14'75\ ;\ b)\ Q_B^* = 6.P_B + 14\ ;\ c)\ Q_B^* = -6.P_B - 14$$

38) Las rectas de regresión de una distribución (X;Y) son perpendiculares:

a) "X" e "Y" son independientes ; b) "X" e "Y"son incorreladas
c) Hay fuerte dependencia lineal entre "X" e "Y"

39) Si una recta de regresión lineal pasa por el origen de coordenadas:

a) El término constante es 0 ; b) La pendiente es infinita
c) Las medias de las dos variable coinciden

40) El coeficiente de determinación en la regresión Y/X es 0:

a) La estimación está mal hecha ; b) $S_Y^2 = S_e^2$
c) El coeficiente de correlación puede ser negativo

41) Señale la afirmación correcta en la regresión lineal:

a) El coeficiente de determinación tiene igual signo que las pendientes de las rectas de regresión.
b) La varianza residual es nula.
c) El coeficiente de correlación es invariante, salvo el signo, ante cambios de origen y de escala.

42) Si $y^* = -5 - 3.x$ es la regresión Y/X, ¿cuál podría ser la regresión X/Y?:

a) $x^* = -0'27.y + 1'54$; b) $x^* = 0'27.y - 1'54$; c) $x^* = -0'4.y + 2$

43) Si "X" expresa la longitud de una pieza en metros e "Y" expresa la longitud de la pieza en centímetros, es:

a) $r_{XY} = 1$; b) $\bar{y} = 100.\bar{x}$, $S_Y^2 = 100.S_X^2$; c) $\bar{y} = 100.\bar{x}$, $S_Y = 100^2.S_X$

44) Señale la afirmación correcta en la regresión lineal:

a) Si el coeficiente de determinación es -1, la relación entre las variables es inversa.
b) Si el coeficiente de correlación es -3, la relación entre las va - riables es inversa.
c) El coeficiente de correlación tiene igual signo que la covarianza

45) Señale la afirmación falsa en la regresión lineal:

a) La representatividad de la regresión Y / X es mayor cuanto me - nor es la varianza no explicada por la regresión.
b) Si el coeficiente de correlación es 0, las rectas de regresión son perpendiculares.
c) El coeficiente de correlación de la regresión Y / X es la propor - ción de la varianza de "Y" explicada por la regresión.

46) Señale la afirmación correcta en la regresión lineal:

a) La sensibilidad de "Y" ante cambios unitarios de "X" está medida por el coeficiente de regresión de "Y" sobre "X".
b) La sensibilidad de "Y" ante cambios unitarios de "X" está medida por el coeficiente de regresión de "Y" sobre "X" incrementado en el valor de la constante.
c) Si el coeficiente de regresión es negativo, no es representativo.

47) Se sabe que el coeficiente de regresión X/Y es 0'75, la varianza de "Y" es 20 y la varianza residual de la regresión Y/X es 2. Así:

a) $y^* = 1'2.x + 2$; b) $y^* = 1'06.x + 3'2$; c) $y^* = 1'26.x + 4$

48) En un modelo de regresión lineal Y/X, respecto de la varianza residual, cabe decir que:

a) Indica la variabilidad explicada por el modelo.
b) Indica la variabilidad de "Y" no originada por la relación lineal con "X"
c) Si es 1, "X" e "Y" presentan dependencia lineal perfecta.

49) ¿Qué situación es imposible?

a) $y^* = -0'4.x + 1'8$ y $R^2 = 0'8$
b) $y^* = -0'4.x + 1'8$ y $x^* = -2'6.x + 5$
c) $R^2 = 0'8$ y $S_{XY} = -3'45$

SOLUCIÓN

01) Las rectas de regresión tienen pendiente de igual signo, y eso sólo sucede en el caso a).

02) La recta de regresión de "Y" sobre "X" es

$$y^* - \bar{y} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}.(x - \bar{x}) \Rightarrow y^* - 20 = \frac{1}{8}.(x - 5) \Rightarrow y^* = 19'5$$

$$\boxed{\bar{x} = 5 \;;\; \bar{y} = 4.\bar{x} \;;\; S_X^2 = 8.S_{XY}} \qquad \boxed{\text{si } x = 1}$$

03) $R^2 = 1 - \dfrac{S_e^2}{S_Y^2} \Rightarrow 0'9 = 1 - \dfrac{S_e^2}{850} \Rightarrow S_e^2 = 85$

04) La c) es una tontería, pues $y^* = 1'088.x + 4'736$ y $x^* = -3'04.y + 0'755$ tienen pendiente de distinto signo.

Si $y^* = 1'088.x + 4'736$ es la recta de regresión Y/X, entonces:

$$1'088 = \frac{S_{XY}}{S_X^2} \Rightarrow 1'088 = \frac{S_{XY}}{25} \Rightarrow S_{XY} = 25.1'088 = 27'2$$

$$\boxed{\text{pues } S_X^2 = 25}$$

$$4'736 = \bar{y} - 1'088.\bar{x} \Rightarrow \bar{y} = 8$$

$$\boxed{\bar{x} = 3}$$

Para la recta $x^* = a'.y + b'$ de regresión X/Y, es $a' = 0'755$ y $b' = -3'04$:

$$a' = \frac{S_{XY}}{S_Y^2} = \frac{27'2}{36} = 0'755 \;;\; b' = \bar{x} - a'.\bar{y} = 3 - \frac{27'2}{36}.8 = -3'04$$

$$\boxed{S_Y^2 = 36}$$

05) El coeficiente de correlación lineal $r = S_{XY}/(S_X.S_Y)$ tiene igual signo que la covarianza S_{XY}, que es negativa, pues las rectas de regresión tienen pendiente negativa; por tanto, es $R^2 = (-0'9).(-0'4) = 0'36$ y $r = -\sqrt{0'36} = -0'6$.

06) El valor absoluto de la pendiente de $2.x + y = 4$ es $|-2| = 2$, y el valor absoluto de la pendiente de $3.x + 2.y = 5$ es $|-3/2| = 3/2$. Por tanto, la recta de regresión de "Y" sobre "X" es $3.x + 2.y = 5$, pues su pendiente tiene menor valor absoluto $\Rightarrow$ a) es falsa.

La c) es falsa: como las rectas tienen pendiente negativa $\Rightarrow r < 0$.

La b) es correcta: el coeficiente R^2 de determinación es el producto de la pendiente $-3/2$ de la recta de regresión Y/X por el inverso $-1/2$ de la pendiente de la recta de regresión X/Y.

07) La correcta es c): Elasticidad $= \dfrac{dY}{dX}.\dfrac{X}{Y} = a.\dfrac{X}{a.X + b}$

08) La a) es una tontería, pues $y^* = 1'088.x + 4'736$ y $x^* = -3'04.y + 0'755$ tienen pendiente de distinto signo.

La b) es correcta:

$$R^2 = \frac{S_{XY}^2}{S_X^2.S_Y^2} = \frac{27'2^2}{25.36} = 0'822$$

$$\boxed{\begin{array}{c} S_X^2 = 25 \; ; \; S_Y^2 = 36 \\ 1'088 = \dfrac{S_{XY}}{S_X^2} \Rightarrow 1'088 = \dfrac{S_{XY}}{25} \Rightarrow S_{XY} = 25.1'088 = 27'2 \end{array}}$$

La c) es falsa: el coeficiente "r" de correlación lineal tiene igual signo que las pendientes de las rectas de regresión; o sea, es: $r = +\sqrt{R^2} = +\sqrt{0'822} = 0'906$

09) Por eliminación:

La c) es una estupidez cósmica.

La b) es falsa: si la correlación lineal es positiva, la pendiente de la recta de regresión Y/X es inferior a la pendiente de la recta de regresión X/Y.

La a) es verdadera:

$$S_e^2 = S_Y^2 - k.S_{XY} = S_Y^2 - \frac{S_{XY}}{S_X^2}.S_{XY} = S_Y^2 - \frac{S_{XY}^2}{S_X^2}$$

$$\boxed{k = S_{XY}/S_X^2}$$

10) La correcta es b).

11) La correcta es b).

12) La falsa es c).

13) $R^2 = \dfrac{S_{Y^*}^2}{S_Y^2} \Rightarrow 0'9 = \dfrac{S_{Y^*}^2}{20} \Rightarrow S_{Y^*}^2 = 18 \Rightarrow S_e^2 = S_Y^2 - S_{Y^*}^2 = 20 - 18 = 2$

14) La correcta es b): $$r = \frac{S_{XY}}{S_X.S_Y} = 1$$

$$\boxed{Y = X \Rightarrow \begin{cases} S_Y = S_X \\ S_{XY} = S_X^2 = S_Y^2 \end{cases}}$$

15) La correcta es a): $x^* - \overline{x} = \dfrac{S_{XY}}{S_Y^2}.(y - \overline{y}) \Rightarrow x^* - 2 = \dfrac{4'5}{9}.(y - 5) \Rightarrow y = 2.x^* + 1.$

La b) es falsa: $$r = \frac{S_{XY}}{S_X.S_Y} = \frac{S_X^2}{S_X.S_Y} = \frac{S_X}{S_Y} = \frac{\sqrt{4'5}}{\sqrt{8}} = 0'75$$

$$\boxed{S_{XY}/S_X^2 = 1 \Rightarrow S_{XY} = S_X^2 = 4'5}$$

La c) es falsa:

$$y^* - \overline{y} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}.(x - \overline{x}) \Rightarrow y^* - 5 = (x - 2) \Rightarrow y^* - x = 3$$

$$\boxed{S_{XY}/S_X^2 = 1 \Rightarrow S_{XY} = S_X^2 = 4'5}$$

16) La correcta es a): es $\sum e_i^2 = 0$ sólo si todos los residuos $e_i = y_i - (a.x_i + b)$ son nulos $\Rightarrow$ la varianza residual, que es la varianza de la distribución de residuos, es nula $\Rightarrow S_Y^2 = S_{Y*}^2 + S_e^2 = S_{Y*}^2$

17) La a) es falsa, pues la solución del sistema que forman las dos rectas de regresión es $(\bar{x};\bar{y}) = (1;0)$.

El valor absoluto de pendiente de $2.x + 3.y = 2$ es $|-2/3| = 2/3$, y el valor absoluto de la pendiente de $x + 2.y = 1$ es $|-1/2| = 1/2 < 2/3$. Por tanto la regresión Y/X es $x + 2.y = 1$; o sea: $y^* = -0'5.x + 0'5$. La regresión X/Y es $2.x + 3.y = 2$; o sea: $x^* = -1'5.y + 1$.

El coeficiente R^2 de determinación lineal es $(-0'5).(-1'5) = 0'75 = 3/4$

El coeficiente "r" de correlación lineal es $r = -\sqrt{R^2} = -\sqrt{3}/2$

18) La a) es falsa ...... pero sería cierta si hubiesen dicho que $r = 0'9$. La b) no es correcta, pues como desconocemos el signo de "r", no podemos decir si la relación es directa o no. La c) es correcta, pues $R^2 = 0'9$.

19) La correcta es c):

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = S_X^2 + (\bar{x})^2 = 15 + 5^2 = 40$$

$$y^* = -x + 25 \Rightarrow y^* - 20 = -(x - 5) \Rightarrow$$

$$\boxed{y^* - \bar{y} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}.(x - \bar{x})}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 5 \\ \dfrac{S_{XY}}{S_X^2} = -1 \Rightarrow \dfrac{-15}{S_X^2} = -1 \Rightarrow S_X^2 = 15 \end{cases}$$

20) Si $S_{XY} = 0$ no es seguro que "X" e "Y" sean independientes $\Rightarrow$ a) es falsa.

Si $S_{XY} = 0$, la recta de regresión X/Y es $x^* - \bar{x} = \dfrac{S_{XY}}{S_Y^2}.(y - \bar{y}) = 0 \Rightarrow x^* = \bar{x}$, que es perpendicular al eje de abcisas $\Rightarrow$ b) es falsa.

La c) es verdadera: $S_{XY} = 0 \Rightarrow S_e^2 = S_Y^2 - \dfrac{S_{XY}^2}{S_X^2} = S_Y^2$

21) Si $y^* = 2.x + 1$ es la recta de regresión Y/X, como $\bar{y} = 3$, es $\bar{x} = 1$:

$$y^* = 2.x + 1 \Rightarrow y^* - 3 = 2.(x - 1) \Rightarrow \bar{x} = 1$$

El producto de coeficiente $a = 2$ de regresión Y/X y del coeficiente a' de regresión X/Y coincide con el coeficiente de determinación 0'9, por lo que $a' = 0'9/2 = 9/20$ .... y la recta de regresión X/Y es:

$$x^* - \bar{x} = a'.(y - \bar{y}) \Rightarrow x^* - 1 = \frac{9}{20}.(y - 3) \Rightarrow x^* = (9.y - 7)/20$$

22) Si $U = a.X + b$ y $V = c.Y + d$, es:

$$r_{UV} = \frac{S_{UV}}{S_U.S_V} = \frac{a.c.S_{XY}}{(|a|.S_X).(|c|.S_Y)} = \frac{a.c}{|a|.|c|}\frac{S_{XY}}{S_X.S_Y} = \frac{a.c}{|a|.|c|}.r_{XY}$$

$$\boxed{S_U = |a|.S_X \;\; ; \;\; S_V = |c|.S_Y \;\; ; \;\; S_{UV} = a.c.S_{XY}}$$

Así, si "a" y "c" tienen $\begin{Bmatrix} \text{igual} \\ \text{distinto} \end{Bmatrix}$ signo, es $\begin{Bmatrix} r_{UV} = r_{XY} \\ r_{UV} = -r_{XY} \end{Bmatrix}$. En nuestro caso, como $U = 2.X + 1$ y $V = 3.Y - 2$, es $a = 2$ y $c = 3$, por lo que $r_{UV} = r_{XY}$.

23) Las rectas de regresión pasan por el punto (2;4), y sucede eso en el caso b).

24) El coeficiente de correlación lineal $r = S_{XY}/(S_X.S_Y)$ tiene igual signo que la covarianza S_{XY}, que es negativa, pues las rectas de regresión tienen pendiente negativa; así:

$$r = -\sqrt{R^2} = -\sqrt{a.a'} = -\sqrt{(-3).(-0'27)} = -0'9$$

$$\boxed{\begin{array}{c} 3.x + y^* = 5 \Rightarrow y^* = -3.x + 5 \Rightarrow a = -3 \\ x^* + 0'27.y = 1'54 \Rightarrow x^* = -0'27.y + 1'54 \Rightarrow a' = -0'27 \end{array}}$$

25) Para la recta $x^* = a'.y + b'$ de regresión X/Y, es $a' = -2'8$ y $b' = 184$:

$$a' = \frac{S_{XY}}{S_Y^2} = \frac{-2'8}{1} = -2'8 \;\; ; \;\; b' = \bar{x} - a'.\bar{y} = 100 - (-2'8).30 = 184$$

$$\boxed{y^* = -1'4.x + 170 \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{S_{XY}}{S_X^2} = -1'4 \Rightarrow S_{XY} = -1'4.S_X^2 = -1'4.2 = -2'8 \\ 170 = \bar{y} - (-1'4).\bar{x} \Rightarrow 170 = \bar{y} - (-1'4).100 \Rightarrow \bar{y} = 30 \end{cases}}$$

Así, siendo $x^* = -2'8.y + 184$, cuando $y = 25$ es $x^* = -2'8.25 + 184 = 114$

26) La correcta es b).

27) La c) no puede suceder, pues "r" y S_{XY} siempre tienen igual signo.

28) La correcta es a), pues $S_{Y^*}^2 = 0'25.S_Y^2$:

$$S_{Y^*}^2 = S_Y^2 - S_e^2 = S_Y^2 - \frac{3}{4}.S_Y^2 = \frac{1}{4}.S_Y^2$$

$$\boxed{\begin{array}{c} S_e^2 = S_Y^2 - \dfrac{S_{XY}^2}{S_X^2} = S_Y^2 - \left(\dfrac{S_Y}{2}\right)^2 = \dfrac{3}{4}.S_Y^2 \\ \boxed{S_X.S_Y = 2.S_{XY} \Rightarrow \dfrac{S_{XY}}{S_X} = \dfrac{S_Y}{2}} \end{array}}$$

29) Como la recta dada $x^* = 7 - 4.y$ tiene pendiente negativa, descartamos c), pues $y^* = \frac{2}{7}.x - \frac{37}{9}$ tiene pendiente positiva. No es b), pues el coeficiente de determinación R^2, que es el producto $(-4).(-\frac{2}{7}) = \frac{8}{7}$ de las pendientes de las rectas de regresión, sería mayor que 1, lo que es absurdo.

30)
$$y^* - \bar{y} = \frac{S_{XY}}{S_X^2}.(x - \bar{x}) \Rightarrow y^* - 4 = 6'5.x$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{"X" tipificada} \Rightarrow \bar{x} = 0 \text{ y } S_X^2 = 1 \\ \bar{y} = 400/100 = 4 \\ S_{XY} = \left(\frac{1}{100}.\sum_i \sum_j x_i.y_j.n_{ij} \right) - \bar{x}.\bar{y} = \frac{650}{100} - 0.4 = 6'5 \end{array}}$$

31) La correcta es c).

32) Como la recta dada $x^* = 3 - 1'5.y$ tiene pendiente negativa, descartamos b), pues $y^* = 0'5.x - 2$ tiene pendiente positiva. No es c), pues el coeficiente de determinación R^2, que es el producto $(-1'5).(-1'1) = 1'65$ de las pendientes de las rectas de regresión, sería mayor que 1, lo que es absurdo.

33) La correcta es c), pues $R^2 = -1'2 \notin [0;1]$ es absurdo.

34) La a) es una tontería, pues $S_{XY} < 0$ si "X" e "Y" varían en sentido contrario. La correcta es b):

$$R^2 = 0'9 \Rightarrow \frac{S_{XY}^2}{S_X^2.S_Y^2} = 0'9 \Rightarrow \frac{S_{XY}^2}{12'5.20} = 0'9 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow S_{XY}^2 = 225 \Rightarrow S_{XY} = -\sqrt{225} = -15$$

35) Si $U = a.X + b$ y $V = c.Y + d$, es:

$$r_{UV} = \frac{a.c}{|a|.|c|}.r_{XY} = -r_{XY} = -\frac{S_{XY}}{S_X.S_Y} = -\frac{3'5}{\sqrt{31'36.5'29}} = -0'2717$$

$$\boxed{a = 3 \ ; \ c = -1}$$

36) La correcta es a).

37) La correcta es a):

$$Q_B^* = 3.Q_A^* - 1 = 3.(-1'8.P_A + 5'25.) - 1 = 3.\left(-1'8.\frac{P_B}{0'9} + 5'25.\right) - 1 =$$

$$\boxed{Q_A^* = -1'8.P_A + 5'25.} \qquad \boxed{P_A = P_B/0'9}$$

$$= -6.P_B + 14'75$$

38) La correcta es b).

39) La correcta es a).

40) La correcta es b): $R^2 = S_{Y^*}^2 / S_Y^2 = 0 \Rightarrow S_{Y^*}^2 = 0 \Rightarrow S_Y^2 = S_{Y^*}^2 + S_e^2 = S_e^2$

41) La correcta es c).

42) Como la recta dada $y^* = -5 - 3.x$ tiene pendiente negativa, descartamos b), pues $x^* = 0'27.y - 1'54$ tiene pendiente positiva. No es c), pues el coeficiente de determinación R^2, que es el producto $(-3).(-0'4) = 1'2$ de las pendientes de las rectas de regresión, sería mayor que 1, lo que es absurdo.

43) La correcta es a): hay relación lineal directa $Y = 100.X$ entre "X" e "Y"; así, el coeficiente de correlación lineal es 1. Si fuera $Y = -100.X$, sería $r = -1$.

44) La correcta es c). Como $R^2 \in [0,1]$, la a) es una tontería. Como $r \in [-1;1]$, la b) es otra tontería.

45) La falsa es c).

46) La correcta es a).

47) El coeficiente $a = S_{XY}/S_X^2$ de regresión Y/X, que es la pendiente de la recta de regresión Y/X, es 1'2 ..... y eso sólo sucede en el caso a).

$$\frac{S_{XY}}{S_X^2} = \frac{15}{15^2/18} = \frac{18}{15} = 1'2$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \bullet\ a' = 0'75 = \dfrac{S_{XY}}{S_Y^2} \Rightarrow 0'75 = \dfrac{S_{XY}}{20} \Rightarrow S_{XY} = 15 \\ \bullet\ S_e^2 = S_Y^2 - \dfrac{S_{XY}^2}{S_X^2} = 2 \Rightarrow 20 - \dfrac{15^2}{S_X^2} = 2 \Rightarrow S_X^2 = \dfrac{15^2}{18} \end{array}}$$

48) La correcta es b).

49) La b) es imposible, pues si fuera $y^* = -0'4.x + 1'8$ y $x^* = -2'6.x + 5$, el coeficiente de determinación R^2, que es el producto $(-0'4).(-2'6) = 1'04$ de las pendientes de las rectas de regresión, sería mayor que 1, lo que jamás puede suceder.