

FONEMATO 1

La tabla recoge la información relativa a precios y cantidades de los bienes "A", "B" y "C" en 2005 y 2006.

	Precio 2005	Cantidad 2005	Precio 2006	Cantidad 2006
A	4	5	5	7
B	3	2	6	4
C	2	1	3	3

- 1) Para el año 2006, con base 2005, determine los índices de precios de Laspeyres y Paasche, y los índices simples de cantidad.
- 2) Si $L_{P04}^{05} = 109$ y $P_{Q04}^{05} = 105$, halle el índice de valor de 2006 con base 2004

SOLUCIÓN

1) Es:

$$L_{P05}^{06} = \frac{\sum P_{06} \cdot Q_{05}}{\sum P_{05} \cdot Q_{05}} = \frac{5 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{4 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1} = 1'4285$$
$$P_{P05}^{06} = \frac{\sum P_{06} \cdot Q_{06}}{\sum P_{05} \cdot Q_{06}} = \frac{5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 3}{4 \cdot 7 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3} = 1'4782$$

$$I_0^t = \frac{Q_t}{Q_0} \cdot 100 \Rightarrow \begin{cases} A: I_{05}^{06} = \frac{7}{5} = 1'4 \Rightarrow \text{var iación del } 40 \% \\ B: I_{05}^{06} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \text{var iación del } 100 \% \\ C: I_{05}^{06} = \frac{3}{1} = 3 \Rightarrow \text{var iación del } 200 \% \end{cases}$$

2) Es:

$$V_{04}^{06} = \frac{\sum P_{06} \cdot Q_{06}}{\sum P_{04} \cdot Q_{04}} = L_{P04}^{05} \cdot P_{Q04}^{05} \cdot \frac{\sum P_{06} \cdot Q_{06}}{\sum P_{05} \cdot Q_{05}} = 147'82$$

$$\boxed{L_{P04}^{05} \cdot P_{Q04}^{05} = V_{04}^{05} = \frac{\sum P_{05} \cdot Q_{05}}{\sum P_{04} \cdot Q_{04}} \Rightarrow \sum P_{04} \cdot Q_{04} = \frac{\sum P_{05} \cdot Q_{05}}{L_{P04}^{05} \cdot P_{Q04}^{05}}}$$
$$= 1'09 \cdot 1'05 \cdot \frac{5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 3}{4 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1}$$

FONEMATO 2

Relacione las tasas de variación de los índices cuánticos de Laspeyres y Paasche entre dos periodos con la tasa de variación del índice cuántico de Fisher entre esos periodos.

SOLUCIÓN

Sean t_L y t_P las respectivas tasas de variación de los índices cuánticos de Laspeyres y Paasche entre dos periodos y t_F es la tasa de variación del índice cuántico de Fisher entre esos periodos.

Como $F_Q^2 = L_Q \cdot P_Q$, si L_Q y P_Q se multiplican respectivamente por $1 + t_L$ y $1 + t_P$, los nuevos índices de Laspeyres y Paasche son $L'_Q = (1 + t_L) \cdot L_Q$ y $P'_Q = (1 + t_P) \cdot P_Q$; y para el nuevo índice F'_Q de Fisher, es:

$$\begin{aligned} \underbrace{(F_Q \cdot (1 + t_F))^2}_{(F'_Q)^2} &= \underbrace{((1 + t_L) \cdot L_Q)}_{L'_Q} \cdot \underbrace{((1 + t_P) \cdot P_Q)}_{P'_Q} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1 + t_F)^2 = (1 + t_L) \cdot (1 + t_P) \end{aligned}$$

FONEMATO 3

Expresé $E_{P_0}^t$ en función de $L_{P_0}^t$, $L_{Q_0}^t$ y $P_{Q_0}^t$.

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} E_{P_0}^t &= \frac{\sum P_{it} \cdot (Q_{i0} + Q_{it})}{\sum P_{i0} \cdot (Q_{i0} + Q_{it})} = \frac{\sum P_{it} \cdot Q_{i0} + \sum P_{it} \cdot Q_{it}}{\sum P_{i0} \cdot Q_{i0} + \sum P_{i0} \cdot Q_{it}} \uparrow \\ &\text{dividimos numerador y denominador por } \sum P_{i0} \cdot Q_{i0} \\ &= \frac{\frac{\sum P_{it} \cdot Q_{i0}}{\sum P_{i0} \cdot Q_{i0}} + \frac{\sum P_{it} \cdot Q_{it}}{\sum P_{i0} \cdot Q_{i0}}}{1 + \frac{\sum P_{i0} \cdot Q_{it}}{\sum P_{i0} \cdot Q_{i0}}} = \frac{L_{P_0}^t + V_0^t}{1 + L_{Q_0}^t} = \frac{L_{P_0}^t + (L_{P_0}^t \cdot P_{Q_0}^t)}{1 + L_{Q_0}^t} \\ &\quad \boxed{V_0^t = L_{P_0}^t \cdot P_{Q_0}^t} \end{aligned}$$

FONEMATO 4

Una cervecera que produce 3 variedades "A", "B" y "C" sabe que, en 2003, el valor añadido bruto de cada variedad fue 100, 120 y 60 respectivamente. Las producciones en el periodo 2003-2006 fueron las siguientes:

	2003	2004	2005	2006
A	50	40	80	85
B	40	80	110	120
C	90	100	150	170

Determine:

- 1) $L_{Q_{03}}^{04}$, $L_{Q_{03}}^{05}$ y $L_{Q_{03}}^{06}$.
- 2) Las variaciones relativas anuales, en porcentaje, de la producción
- 3) La tasa media anual de variación la producción para el periodo 2003-2006.

SOLUCIÓN

- 1) Es $L_{Q_{03}}^t = \frac{\sum P_{03} \cdot Q_t}{\sum P_{03} \cdot Q_{03}}$, y dicen que $\sum P_{03} \cdot Q_{03} = 100 + 120 + 60 = 280$.

Como las producciones son conocidas, para por lidiar la papeleta sólo nos faltan los precios en 2003 y los obtenemos con la gorra:

$$\begin{aligned}P_{A_{03}} \cdot Q_{A_{03}} &= V_{A_{03}} \Rightarrow P_{A_{03}} \cdot 50 = 100 \Rightarrow P_{A_{03}} = 2 \\P_{B_{03}} \cdot Q_{B_{03}} &= V_{B_{03}} \Rightarrow P_{B_{03}} \cdot 40 = 120 \Rightarrow P_{B_{03}} = 3 \\P_{C_{03}} \cdot Q_{C_{03}} &= V_{C_{03}} \Rightarrow P_{C_{03}} \cdot 60 = 60 \Rightarrow P_{C_{03}} = 1\end{aligned}$$

Así:

$$\begin{aligned}L_{Q_{03}}^{04} &= \frac{\sum P_{03} \cdot Q_{04}}{\sum P_{03} \cdot Q_{03}} = \frac{3 \cdot 40 + 2 \cdot 80 + 100 \cdot 1}{280} = 1'357 \\L_{Q_{03}}^{05} &= \frac{\sum P_{03} \cdot Q_{05}}{\sum P_{03} \cdot Q_{03}} = \frac{3 \cdot 80 + 2 \cdot 110 + 150 \cdot 1}{280} = 2'178 \\L_{Q_{03}}^{06} &= \frac{\sum P_{03} \cdot Q_{06}}{\sum P_{03} \cdot Q_{03}} = \frac{3 \cdot 85 + 2 \cdot 120 + 170 \cdot 1}{280} = 2'375\end{aligned}$$

- 2) Siendo $L_{Q_{03}}^{03} = 1$, la tasa de cambio (tanto por uno) de la producción en 03-04 es $(L_{Q_{03}}^{04}/L_{Q_{03}}^{03}) - 1 = 0'357$, en 04-05 es $(L_{Q_{03}}^{05}/L_{Q_{03}}^{04}) - 1 = 0'605$ y en 05-06 es $(L_{Q_{03}}^{06}/L_{Q_{03}}^{05}) - 1 = 0'090$.

- 3) Tasa media anual de variación la producción para el periodo 2003-2006.

$$(1 + TMVA_{03}^{06})^3 = L_{Q_{03}}^{06} \Rightarrow TMVA_{03}^{06} = \sqrt[3]{2'375} - 1$$

También así:

$$(1 + TMVA_{03}^{06})^3 = 1'357 \cdot 1'605 \cdot 1'090$$

FONEMATO 5

Los datos corresponden a una plantación de variedades "A", "B" y "C" de pera, estando la producción expresa en toneladas.

	Hectáreas cultivadas	Producción media Tm/Ha 2000	Producción media Tm/Ha 2005
A	400	7	11
B	500	8	12
C	200	5	7

Determine:

- 1) Determine producción media por hectárea en 2000 y en 2005.
- 2) Para cada variedad, determine la tasa de variación quinquenal de la producción media por hectárea del periodo 2000-2005, y la tasa media de variación anual de la producción media por hectárea del periodo 2000-2005.
- 3) Si en 2005 se comienza a emplear un nuevo tipo de pesticida con el que se espera triplicar las anteriores tasas medias de variación anual, estime las producciones de 2010.
- 4) Determine L_{P00}^{05} si se conocen los siguientes datos sobre el valor de las ventas:

	2000	2005
A	350	715
B	320	600
C	350	700

- 5) Determine la venta total en 2010 si las producciones medias por hectárea en 2010 son las mismas que en 2005 y $L_{P05}^{10} = L_{P00}^{05}$.

SOLUCIÓN

- 1) La producción media por hectárea en 2000 es:

$$\frac{400 \cdot 7 + 500 \cdot 8 + 200 \cdot 5}{400 + 500 + 200} = 7'09 \frac{\text{Tm}}{\text{Ha}}$$

La producción media por hectárea en 2005 es:

$$\frac{400 \cdot 11 + 500 \cdot 12 + 200 \cdot 7}{400 + 500 + 200} = 10'72 \frac{\text{Tm}}{\text{Ha}}$$

- 2) En tanto por uno:

$$\text{"A"}: \frac{11}{7} - 1 = 0'57 \quad ; \quad \text{"B"}: \frac{12}{8} - 1 = 0'5 \quad ; \quad \text{"C"}: \frac{7}{5} - 1 = 0'4$$

En tanto por uno:

$$7 \cdot (1 + t_A)^5 = 11 \Rightarrow t_A = 0'09$$

$$8 \cdot (1 + t_B)^5 = 12 \Rightarrow t_B = 0'06$$

$$5 \cdot (1 + t_C)^5 = 7 \Rightarrow t_C = 0'06$$

3) Las estimaciones pedidas son

$$A) P_{10} = (1 + 3.0'09)^5 \cdot P_{05} = 1'27^5 \cdot 11$$

$$B) P_{10} = (1 + 3.0'08)^5 \cdot P_{05} = 1'24^5 \cdot 12$$

$$C) P_{10} = (1 + 3.0'06)^5 \cdot P_{05} = 1'18^5 \cdot 7$$

4) Es

$$L_{P00}^{05} = \frac{\sum P_{05} \cdot Q_{00}}{\sum P_{00} \cdot Q_{00}} = \frac{65.7 + 50.8 + 100.5}{350 + 320 + 350} = 1'3284$$

$P_{A05} \cdot Q_{A05} = V_{A03} \Rightarrow P_{A05} \cdot 11 = 715 \Rightarrow P_{A05} = 65$
$P_{B05} \cdot Q_{B05} = V_{B03} \Rightarrow P_{B05} \cdot 12 = 600 \Rightarrow P_{B05} = 50$
$P_{C05} \cdot Q_{C05} = V_{C03} \Rightarrow P_{C05} \cdot 7 = 700 \Rightarrow P_{C05} = 100$

5) Se tiene que:

$$L_{P05}^{10} = \frac{\sum P_{10} \cdot Q_{05}}{\sum P_{05} \cdot Q_{05}} = 1'3284 \Rightarrow \frac{\sum P_{10} \cdot Q_{10}}{2015} = 1'3284 \Rightarrow$$

$Q_{05} = Q_{10}$
$\sum P_{05} \cdot Q_{05} = 715 + 600 + 700 = 2015$
$\Rightarrow \sum P_{10} \cdot Q_{10} = 1'3284 \cdot 2015$